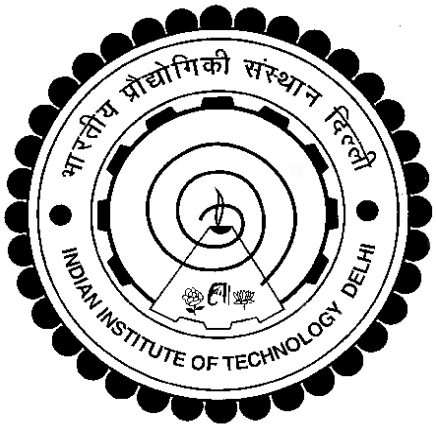
RAYLEIGH-TAYLOR INSTABILITY, DUST CHARGING, AND ITS TRANSPORT PHENOMENA IN A HALL THRUSTER

DHANANJAY VERMA



DEPARTMENT OF PHYSICS

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

March 2025

© Indian Institute of Technology Delhi (IITD), New Delhi, 2025

RAYLEIGH-TAYLOR INSTABILITY, DUST CHARGING, AND ITS TRANSPORT PHENOMENA IN A HALL THRUSTER

by

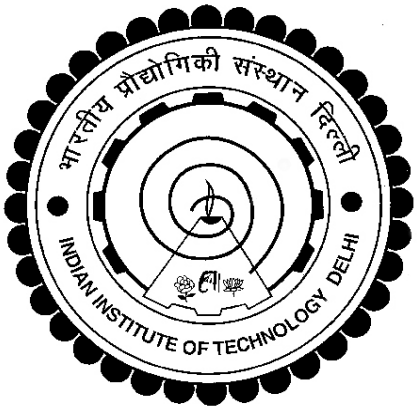
DHANANJAY VERMA

Department of Physics

Submitted

in fulfillment of the requirements of the degree of Doctor of Philosophy

to the



INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

March 2025

Dedicated to

my family and loved ones

Certificate

This is to certify that the thesis entitled "**Rayleigh-Taylor Instability, Dust Charging and its Transport Phenomena in a Hall Thruster**" being submitted by **Mr. Dhananjay Verma** is worthy of consideration for the award of the degree of Doctor of Philosophy and is a record of the original bonafide research work carried out by him under my guidance and supervision, and that the results contained in it have not been submitted in part or full to any other university or institute for award of any degree / diploma.

I certify that he has pursued the prescribed course of research. I approve the thesis for the award of the degree of Doctor of Philosophy.

Hitendra K. Malik
Professor
Department of Physics
Indian Institute of Technology Delhi
INDIA

Acknowledgements

At the final completion of the thesis, I must first thank my Ph.D. supervisor, **Prof. Hitendra K. Malik.** This work would not have been possible without his invaluable guidance and support. I am extremely appreciative that he accepted me as a student and kept believing in me throughout the years. His depth of expertise and diligent editing have been a huge help to me. My willingness to publish my research work in its current shape was made possible by his unconditional support, invaluable inputs, patience, and cooperation. His long experience, guidance and editing enhanced this research work beyond my expectations.

Thank you to *Prof. Amita Das*, *Prof. Ramesh Narayanan*, and *Prof. Rahul Marathe*, members of my SRC. Their supportive remarks and comprehensive feedback mean a lot to me. I am deeply grateful to *Prof. Satendra Pal* who is currently at Rashtriya Kisan Post graduate College, Shamli Utter Pradesh for his encouragement that helped me get to where I am today.

My labmates Dr. Dimple Tuteja, Dr. Ashu Jain, Dr. Sheetal Punia, Dr. Manish Dwivedi, Dr. Rajay Dhwan, Dr. Sonu Kumar, Dr. Sandeep, Dr. Tamanna Punia, Rakesh Kumar, Mohit Kumar, Subhajit Bhasker, Yetendra Prasad Jha, Gaurav Kumar, Deepak Kumar, Shailesh Verma, Shivam Kumar, Amit, and Anupam who were always willing to assist with any questions I had, deserve special recognition.

My hostel friends Himanshu Arora, Mohit Khoshya, Arjun Tomar, Vaibhav Sharma, Jamal Khaan, Rishikesh Kushwaha and many more who deserve my gratitude for providing a joyful and unique experience of friendship.

I will always be grateful to my family for everything they have done for me. My mother, *Smt. Rakesh Devi* who always loved me and my father, *Sh. Ashok Kumar* who taught me the values and true meaning of life. My sisters, Preeti, Nidhi, Neha, and Shivani and my brothers, Pradeep, Lalit, Jatin, and Dheerendra for always being by my side. I am grateful to my uncles and aunts for nurturing and loving me throughout my whole life. I devote everything, including this thesis, to my family.

At last, I would like to acknowledge the financial support from the University Grant Commission (UGC), Govt. of India, and Indian Institute of Technology Delhi.

Dhananjay Verma

Abstract

Electrical thrusters use electromagnetic forces for thrust production, and they use electrical energy for their operation. There are several kinds of electrical propulsion systems available for space propulsion applications, and Hall thrusters are one of the most promising propulsion technologies due to their high specific impulse (fuel utilization), for having no upper limit on maximum ion current or thrust extraction from the thrusters' channel, and longer operating time. They are relatively smaller than conventional combustion rocket engines and use less fuel. The thrust they provide ranges from a few mN to $1N$, which is very small compared to traditional combustion rocket engines. On the contrary, the specific impulse provided by a conventional combustion rocket engine is only up to $300s$ to $400s$, while it ranges from $1000s$ to $3000s$ for a Hall thruster. Even though the thrust generated by a Hall thruster is not as much as that of a conventional rocket engine, its continuous operation for an extended period is more effective and efficient than the conventional combustion rocket engine. They can attain very high speed in space (provided continuous operation for a longer time), making them ideal for space applications and preferable to conventional combustion engines for interplanetary traveling.

In a Hall thruster channel, electrons from a heated cathode accelerate toward the anode and ionize the neutral fuel (propellent) atoms injected from the anode side. Any gas with a heavy atomic mass and low ionization energy, like Xenon, can be used as fuel in a Hall thruster. An axial accelerating electric field is required to produce the thrust by accelerating the ions. However, as the plasma inside the thrusters' channel is a good electrical conductor, a perpendicular (radial) magnetic field is used to reduce the axial mobility of the electrons. The reduced axial mobility of the electrons (magnetized) helps increase the magnitude of the axial accelerating electric field inside the plasma, which accelerates ions (unmagnetized) for thrust and electrons for ionization of neutral atoms. Inside the channel of a Hall thruster, the mean free path for a neutral Xenon atom and an electron with an energy of $10\ eV$ is around $30\ cm$, which is larger than the dimension of the channel. Thus, the radial magnetic field and a closed drift configuration are also required to trap the electrons for the efficient ionization of neutral atoms.

Inside the thruster channel, the plasma is generated at the ionization front of the magnetically confined electrons (drifting in the azimuthal direction), which produces a density gradient inside the system. The radial magnetic field holds (supports) this density

gradient. However, as the system is in a state of higher potential energy, any fluctuations or oscillations in the plasma density will grow so that the system will go into a relatively lower potential energy state, i.e., a reduced density gradient. Thus, any fluctuation in the axial density gradient will grow and lead to Rayleigh-Taylor instability. A similar phenomenon is seen in fluid dynamics when a low-density fluid supports a high-density fluid. In the Hall thruster, this density-gradient-driven Rayleigh-Taylor instability propagates azimuthally and generates density oscillation (spikes) in the axial direction. Thus, it reduces the magnetic confinement of the electrons and increases their axial mobility (contributing to anomalous electron transport), which reduces the axial accelerating electric field that produces the thrust. There are also other plasma oscillations and instabilities present inside the channel and plume plasma of a Hall thruster, which affect the electrons and ions transport (particles and energy transport), wall erosion rate, and plume (directly the thrust); in other words, they affect the thrusters' efficiency and its lifespan. The main reasons for these instabilities and oscillations are different drift velocities of electrons and ions, density gradient, and magnetic field gradient. In past years, several studies have been done on Hall thruster plasma modeling, magnetic configuration, plasma plume, electron transport, and instabilities both theoretically and experimentally.

As the neutral propellant atoms are injected from the anode side, they collide with the azimuthally drifting electrons and get ionized. Xenon atoms' first, second, and third ionization energy atoms are $12.12\,eV$, $21.20\,eV$, and $32.12\,eV$, and the accelerating electrons can easily achieve this much energy in a Hall thruster operating at a discharge voltage of $300V$. The axial electric field accelerates ions, and because they are heavier and thus unmagnetized, their motion helps reduce (or break) the magnetic confinement of those electrons that fall within their Debye sphere, reducing the density gradient. As the Debye sphere of double-ionized ions has relatively more charge, they will reduce the density gradient even more. The increased density of double-ionized ions inside the channel also represents increased ionization, resulting in a lower axial density gradient of electrons. These will reduce the growth rate of gradient-driven Rayleigh-Taylor instability. Also, Kim et al. observed an increased density of multi-ionized ions with a lower wall erosion rate while studying the magnetic field tailoring effect. A reduced radial electron flux could cause this lower wall erosion (less wall potential) due to a higher electrostatic attraction by the double-ionized ions. The continuous sputtering of the channel wall by the plasma generates dust particles, which are also unmagnetized like ions and carry a lot of charge. Their transport also

helps to reduce electrons' magnetic confinement while their charging, coupled with the plasma instabilities, can lead to the damping of those instabilities (by absorbing the fluctuating plasma densities). The classical mobility of the electrons along the applied axial electric field is inversely proportional to the applied magnetic field and proportional to the collisional frequency. Thus, the presence of electron collisions (neutral propellant atoms) and ionization (singly-ionized ions) also enhance the electron transport across the magnetic field.

Considering all the above points in the present thesis, we have developed theoretical models to study the effect of double-ionized ions, collisions, ionizations, and temperature on the growth of a density gradient-driven Rayleigh-Taylor instability inside the Hall thruster channel. The results show a lower growth rate for increased density of double-ionized ions and collisions, confirming the earlier phenomena. A possible analytical solution is obtained for the Rayleigh-Taylor equation along with a singularity and related unstable modes with the necessary conditions. But before studying the damping of plasma waves (or the effect in general) by dust charging and transport and its effect on the efficiency and lifespan of the thruster, the dust charging and its transport itself need to be studied. Thus, the dust charging is studied theoretically for steady and fluctuating plasma parameters, and after that, the charging frequency of dust grains is investigated for different grain sizes and potentials. Results show that the fluctuating charge on the dust grains strongly depends on grain size (dust charging frequency) and the frequency of plasma oscillations. A broad spectrum of charging frequency depending on grain size and potential, which also depends on the channel plasma, is explored. In the end, a radially averaged one-dimensional axial model for dust transport is used to investigate the velocity and density of dust grains inside the channel and their contributions to the thrust and discharge current.

As this work is theoretical, this thesis would be advantageous in better understanding of various physical mechanisms in the channel plasma and how they affect its working. These results would help experimentalists optimize the thruster parameters for a specific purpose. This work will be used to study the damping of plasma waves in the channel, which will be further used in the study of electron transport for increased efficiency and lifespan of Hall thrusters.

सार

विद्युत थ्रस्टर्स प्रणोद उत्पादन के लिए विद्युत-चुंबकीय बलों का उपयोग करते हैं और वे अपने संचालन के लिए विद्युत ऊर्जा का उपयोग करते हैं। अंतरिक्ष प्रणोदन अनुप्रयोगों के लिए कई प्रकार के विद्युत प्रणोदन प्रणालिया उपलब्ध हैं, और हॉल थ्रस्टर्स अपने उच्च विशिष्ट आवेग (ईंधन उपयोग), थ्रस्टर्स चैनल से अधिकतम आयन धारा या प्रणोद निष्कर्षण पर कोई ऊपरी सीमा न होने, और लंबे परिचालन समय के कारण सबसे आशाजनक प्रणोदन प्रौद्योगिकियों में से एक हैं। वे पारंपरिक दहन रॉकेट इंजन की तुलना में अपेक्षाकृत छोटे होते हैं और कम ईंधन का उपयोग करते हैं। वे जो प्रणोद प्रदान करते हैं वह कुछ mN से $1N$ तक होता है, जो पारंपरिक दहन रॉकेट इंजन की तुलना में बहुत छोटा है। इसके विपरीत, एक पारंपरिक दहन रॉकेट इंजन द्वारा प्रदान किया गया विशिष्ट आवेग केवल $300s$ से $400s$ तक होता है, जबकि यह हॉल थ्रस्टर के लिए $1000s$ से $3000s$ तक होता है। भले ही हॉल थ्रस्टर द्वारा उत्पन्न प्रणोद पारंपरिक रॉकेट इंजन जितना नहीं है, लेकिन एक ज्यादा अवधि के लिए इसका निरंतर संचालन पारंपरिक दहन रॉकेट इंजन की तुलना में अधिक प्रभावी और कुशल होता है। उनका अंतरिक्ष में बहुत उच्च गति प्राप्त करना (लंबे समय तक निरंतर संचालन करने पर), उन्हें अंतरिक्ष अनुप्रयोगों के लिए आदर्श बनाते हैं और इंटरप्लेनेटरी यात्रा के लिए पारंपरिक दहन इंजन से बेहतर बनाते हैं।

एक हॉल थ्रस्टर चैनल में, एक गर्म कैथोड से इलेक्ट्रॉन एनोड की ओर तेजी से बढ़ते हैं और एनोड पक्ष से इंजेक्ट किए गए तटस्थ ईंधन (प्रणोदक) परमाणुओं को आयनित करते हैं। ज्यादा परमाणु द्रव्यमान और कम आयनीकरण ऊर्जा वाली कोई भी गैस, जैसे ज़ीनॉन, को हॉल थ्रस्टर में ईंधन के रूप में इस्तेमाल किया जा सकता है। आयनों को त्वरित करके प्रणोद उत्पन्न करने के लिए एक अक्षीय त्वरित विद्युत क्षेत्र की आवश्यकता होती है। हालांकि, चूंकि थ्रस्टर्स चैनल के अंदर की प्लाज्मा एक अच्छी विद्युत चालक है, इलेक्ट्रॉनों की अक्षीय गतिशीलता को कम करने के लिए एक लंबवत (रेडियल) चुंबकीय क्षेत्र का उपयोग किया जाता है। इलेक्ट्रॉनों (चुंबकीय) की कम अक्षीय गतिशीलता प्लाज्मा के अंदर अक्षीय त्वरित विद्युत क्षेत्र के परिमाण को बढ़ाने में मदद करती है, जो तटस्थ परमाणुओं के आयनीकरण के लिए इलेक्ट्रॉनों को और प्रणोद के लिए आयनों (अचुंबकीय) को त्वरित करता है। हॉल थ्रस्टर के चैनल के अंदर, एक तटस्थ ज़ीनॉन परमाणु और $10eV$ की ऊर्जा वाले इलेक्ट्रॉन के बीच माध्य मुक्त पथ लगभग $30cm$ होता है, जो चैनल के आयाम से बड़ा है। इसलिए, तटस्थ परमाणुओं के कुशल आयनीकरण के लिए इलेक्ट्रॉनों को फंसाने के लिए रेडियल चुंबकीय क्षेत्र और एक बंद बहाव विन्यास की भी आवश्यकता होती है।

थ्रस्टर चैनल के अंदर, प्लाज्मा चुंबकीय रूप से सीमित इलेक्ट्रॉनों (अज़ीमुथल दिशा में बहते हुए) के आयनीकरण मोर्चे पर उत्पन्न होती है, जो सिस्टम के अंदर घनत्व-प्रवणता पैदा करता है। रेडियल चुंबकीय क्षेत्र इस घनत्व-प्रवणता को धारण (समर्थन) करता है। हालांकि, चूंकि प्रणाली उच्च स्थितिज ऊर्जा की स्थिति में है, प्लाज्मा घनत्व में कोई उतार-चढ़ाव या दोलन बढ़ेगा ताकि प्रणाली अपेक्षाकृत कम स्थितिज ऊर्जा की स्थिति अर्थात, कम घनत्व-प्रवणता में चला जाए। इसलिएअक्षीय घनत्व-प्रवणता में कोई भी उतार-चढ़ाव बढ़ेगा और रेले-टेलर अस्थिरता का कारण बनेगा। द्रव गतिशीलता में एक समान घटना देखी जाती है जब एक कम घनत्व वाला तरल पदार्थ उच्च घनत्व वाले तरल पदार्थ का समर्थन करता है। हॉल थ्रस्टर में, यह घनत्व प्रवणता संचालित रेले-टेलर अस्थिरता अज़ीमुथल दिशा में चलती है और अक्षीय दिशा में घनत्व दोलन (स्पाइक्स) उत्पन्न करती है। इस प्रकार यह इलेक्ट्रॉनों के चुंबकीय बंधन को कम करती है और उनकी अक्षीय गतिशीलता (असंगत इलेक्ट्रॉन परिवहन में योगदान) को बढ़ाता है, जो अक्षीय त्वरित विद्युत क्षेत्र को कम करता है जो प्रणोद पैदा करता है। हॉल थ्रस्टर के चैनल और पूँछ प्लाज्मा के अंदर और भी अन्य प्लाज्मा दोलन और अस्थिरता मौजूद होती हैं, जो इलेक्ट्रॉनों और आयनों के परिवहन (कण और ऊर्जा दोनों), दीवार क्षरण दर, और पूँछ (सीधे प्रणोद) को प्रभावित करती हैं; दूसरे शब्दों में, वे थ्रस्टर्स की दक्षता और उसके जीवनकाल को प्रभावित करती हैं। इन अस्थिरताओं और दोलनों के मुख्य कारण इलेक्ट्रॉनों और आयनों के विभिन्न बहाव वेग, घनत्व-प्रवणता और चुंबकीय क्षेत्र प्रवणता हैं। पिछले कई वर्षों में, हॉल थ्रस्टर प्लाज्मा मॉडलिंग, चुंबकीय विन्यास, प्लाज्मा पूँछ, इलेक्ट्रॉन परिवहन और अस्थिरताओ पर सैद्धांतिक और प्रयोगात्मक दोनों तरह से अध्ययन किए गए हैं।

जैसा कि तटस्थ प्रणोदक परमाणुओं को एनोड पक्ष से इंजेक्ट किया जाता है, तो वे अज़ीमुथली बहते इलेक्ट्रॉनों से टकराते हैं और आयनित हो जाते हैं। ज़ीनॉन परमाणुओं की पहली, दूसरी और तीसरी आयनीकरण ऊर्जाए $12.12eV$, $21.20eV$, और $32.12eV$ होती हैं, और त्वरित इलेक्ट्रॉन $300V$ के निर्वहन वोल्टेज पर काम करने वाले हॉल थ्रस्टर में आसानी से इतनी ऊर्जा प्राप्त कर सकते हैं। अक्षीय विद्युत क्षेत्र आयनों को त्वरित करता है, और क्योंकि वे भारी होते हैं और इसलिए अचुंबकित होते हैं, तो उनकी गति उन इलेक्ट्रॉनों के चुंबकीय बंधन को कम करने (या तोड़ने) में मदद करती है जो उनके देबायी क्षेत्र के भीतर आते हैं, अतः घनत्व-प्रवणता को कम करते हैं। चूंकि दोगुने आयनित आयनों के देबायी क्षेत्र में अपेक्षाकृत अधिक चार्ज होता है, इसलिए वे घनत्व-प्रवणता को और भी कम कर देंगे। चैनल के अंदर दोगुने आयनित आयनों का बढ़ा हुआ घनत्व बढ़े हुए आयनीकरण का प्रतिनिधित्व करता है, जिसके परिणामस्वरूप इलेक्ट्रॉनों का अक्षीय घनत्व कम होता है। ये घनत्व प्रवणता संचालित रेले-टेलर अस्थिरता की वृद्धि दर को कम करेंगे। इसके अलावा, किम एट अल. ने

चुंबकीय क्षेत्र टेलरिंग प्रभाव का अध्ययन करते समय कम दीवार क्षरण दर के साथ बहु-आयनित आयनों के घनत्व में वृद्धि देखी। दोगुने आयनित आयनों द्वारा उच्च इलेक्ट्रोस्टैटिक आकर्षण के कारण एक कम रेडियल इलेक्ट्रॉन प्रवाह (कम पोटेंशियल) इस कम दीवार क्षरण का कारण हो सकता है। प्लाज्मा द्वारा चैनल की दीवार के निरंतर क्षरण से धूल के कण उत्पन्न होते हैं, जो आयनों की तरह अचुंबकित होते हैं और बहुत अधिक आवेश रखते हैं। उनका परिवहन इलेक्ट्रॉनों के चुंबकीय बंधन को कम करने में मदद करता है, जबकि उनकी चार्जिंग, प्लाज्मा अस्थिरता के साथ मिलकर, उन अस्थिरताओं (प्लाज्मा घनत्व को अवशोषित करके) को भी कम कर सकती है। इलेक्ट्रॉनों की गतिशीलता, लागू अक्षीय विद्युत क्षेत्र की दिशा में, लागू चुंबकीय क्षेत्र के व्युत्क्रमानुपाती और टकराव आवृत्ति के समानुपाती होती है। इस प्रकार, इलेक्ट्रॉन टकराव (तटस्थ प्रणोदक परमाणु) और आयनीकरण की उपस्थिति भी चुंबकीय क्षेत्र में इलेक्ट्रॉन परिवहन को बढ़ाती है।

वर्तमान प्रबंध में उपरोक्त सभी बिंदुओं को ध्यान में रखते हुए हमने हॉल थ्रस्टर चैनल के अंदर घनत्व प्रवणता संचालित रेले-टेलर अस्थिरता के विकास पर दोगुने आयनित आयनों, टकराव, आयनीकरण और तापमान के प्रभाव का अध्ययन करने के लिए सैद्धांतिक मॉडल विकसित किए हैं। परिणाम दोगुने आयनित आयनों और टकरावों की उपस्थिति में कम वृद्धि दर दिखाते हैं, जो पहले की घटनाओं की पुष्टि करते हैं। आवश्यक शर्तों के साथ एक विलक्षणता और संबंधित अस्थिर मोड के साथ रेले-टेलर समीकरण के लिए एक संभावित विश्लेषणात्मक समाधान प्राप्त किया गया है। लेकिन धूल-कण चार्जिंग और उनके परिवहन द्वारा प्लाज्मा तरंगों (या सामान्य प्रभाव) के सोख लेना और उनका थ्रस्टर्स की दक्षता और उसके जीवनकाल पर प्रभाव का अध्ययन करने से पहले, धूल-कण चार्जिंग और इसके परिवहन का अध्ययन करने की आवश्यकता है। इसलिए, स्थिर और उतार-चढ़ाव वाले प्लाज्मा मापदंडों के लिए सैद्धांतिक रूप से धूल-कण चार्जिंग का अध्ययन किया गया है, और उसके बाद, विभिन्न धूल-कण आकारों और पोटेंशियलो के लिए धूल-कण की चार्जिंग आवृत्ति की जांच की गई है। परिणाम बताते हैं कि धूल के कणों पर आवेश कण के आकार (धूल चार्जिंग आवृत्ति) और प्लाज्मा दोलनों की आवृत्ति पर निर्भर करता है। धूल-कण के आकार और पोटेंशियल के आधार पर चार्जिंग आवृत्ति का एक व्यापक स्पेक्ट्रम, जो चैनल प्लाज्मा पर भी निर्भर करता है, का पता लगाया गया है। और अंत में, चैनल के अंदर धूल के दानों के वेग, घनत्व, प्रणोद, और निर्वहन धारा में उनके योगदान की जांच के लिये, धूल परिवहन के एक रेडियल औसत एक आयामी अक्षीय मॉडल का उपयोग किया गया है।

जैसा कि यह काम सैद्धांतिक है, यह प्रबंध चैनल प्लाज्मा में विभिन्न भौतिक तंत्रों को और वे इसके काम को कैसे प्रभावित करते हैं, को बेहतर ढंग से समझने में फायदेमंद होगी। ये परिणाम प्रयोगवादियों को एक विशिष्ट उद्देश्य के लिए थ्रस्टर मापदंडों को अनुकूलित करने में मदद करेंगे। इस काम का उपयोग चैनल में प्लाज्मा तरंगों के सोखने का अध्ययन करने के लिए किया जाएगा, जिसका उपयोग इलेक्ट्रॉन परिवहन के अध्ययन में और अंततः हॉल थ्रस्टर्स की बढ़ी हुई दक्षता और जीवनकाल के लिए किया जाएगा।

Table of Contents

Certificate……..……..**i**

Acknowledgements…….…..**ii**

Abstract……**iii**

Table of Contents…….…….....**x**

List of Figures…….……...**xiv**

List of Symbols……....**xviii**

List of Tables……**xxiv**

Chapter 1: Introduction and Literature Review……...**1**

1.1. Introduction…….…...1

1.2. Hall Thruster….……..2

1.2.1. Stationary Plasma Thruster (SPT) or Magnetic Layer Thruster……...……3

1.2.2. Thruster with Anode Layer (TAL)……...……4

1.3. Force Transfer in Hall Thruster……..……..……..6

1.4. Thrust of Hall Thruster……..…….6

1.4.1. Plume Divergence……7

1.4.2. Double-Ionized Ions…….……7

1.5. Specific Impulse of Hall Thruster…….……..8

1.6. Power and Efficiency of Hall Thruster……...……8

1.7. Electron Transport…….....9

1.7.1. Instabilities and Oscillations in Hall Thruster……11

1.7.2. Dust in Hall Thruster……..……12

1.8. Wall Erosion or Sputtering……..……..…...12

1.9. Literature Review……13

1.10. Motivation……..15

1.11. Thesis Organisation…….……...17

Chapter 2: Analytical Solution of Rayleigh-Taylor Instability in a Hall Thruster Having Double-Ionized Ions……...……23

2.1. Mathematical Model…….23

2.2. Growth Rate…….….26

2.3. Rayleigh-Taylor Instability.……..……28

2.4. Results and Discussion……..…...30

2.4.1. Impact of Ion and Electron Temperature……....31

2.4.2. Impact of Double-Ionized Ion Density and Channel Length…….…33

Chapter 3: Effect of Ionizations and Collisions on Rayleigh-Taylor Instability with Warm Double-Ionized Ions: Conditions and Insights ……..…..35

3.1. Basic Equations……35

3.2. Growth Rate…….…….38

3.3. Rayleigh-Taylor Instability.……..……40

3.3.1. Singularity in Rayleigh-Taylor Instability……..…42

3.3.2. Frequency Band for Rayleigh-Taylor Instability……...…….43

3.4. Results and Discussion……...……..44

3.4.1. Effect of Collision and Ionizations…….……46

3.4.2. Impact of Magnetic Field and Double-Ionized Ions…….…….48

3.4.3. Impact of Channel Length……..……51

Chapter 4: Analysis of Dust Charge Fluctuations with Double-Ionized Ions and Plasma Oscillations/Instabilities in Hall Thrusters…….…….53

4.1. Dust-Grain Charging ……...53

4.2. Steady Plasma Parameters (without Fluctuations) ……..57

4.3. Changing Plasma Parameters (with Fluctuations)……58

4.4. Results and Discussion……..59

4.4.1. Steady Plasma Parameters ……59

4.4.1.1. Effect of Grain Size and Electron Temperature……...59

4.4.1.2. Effect of Background Plasma Density and Potential……..61

4.4.1.3. Effect of Double-Ionized Ions…….65

4.4.2. Fluctuating Plasma Parameters……..67

4.4.2.1. Effect of Grain Size…….67

4.4.2.2. Effect of the Frequency of Fluctuations and Double-Ionized Ions….68

Chapter 5: Effect of the Grain Size and Secondary Electron Emission on its Charging in a Hall Thruster Plasma ……71

5.1. Dust-Grain Charging...…….71

5.1.1. Plasma Particle Current……..72

5.1.1.1. Small Dust-Grains ($r_d \ll \lambda_d$)……..72

5.1.1.2. Bigger Dust-Grains ($r_d \sim \lambda_d$)……...75

5.1.2. Tunnelling or Transmission Current……...77

5.1.3. Secondary Electron Emission Current……...78

5.1.3.1. Small Dust-Grains ($r_d \ll \lambda_d$)……..78

5.1.3.2. Bigger Dust-Grains ($r_d \sim \lambda_d$)……...80

5.1.4. Thermionic, Field, and Photo Emission Currents……..81

5.2. Charging Frequency and Time…….82

5.3. Results and Discussion……..84

5.3.1. Small and Negatively Charged Dust Grain……85

5.3.2. Bigger and Negatively Charged Dust Grain……...89

5.3.3. Bigger and Positively Charged Dust Grain……91

Chapter 6: Dust Transport in Hall Thruster Channel and their Contribution to Discharge Current and Thrust …….95

6.1. Mathematical Model……..…95

6.2. Dust Velocity-Density Distribution, Locus, and Velocity ……..…..99

6.2.1. Steady State Velocity and Density Distributions……99

6.2.2. Dust Position (Locus) and Velocity (Phase)…….……..99

6.3. Dust Current and Thrust……..……...100

6.4. Results and Discussion……..……100

6.4.1. Dust Charge and Cross-section along the Channel …….……102

6.4.2. Dust Density-Velocity Profiles Inside the Channel ……...…..…103

6.4.3. Isolated Dust Grain Locus and Velocity ……..106

6.6.4. Contributions in Thrust and Discharge Current …….…….107

Chapter 7: Conclusions, Applications, and Future Prospective..…….109

7.1. Conclusions of Thesis Work ……109

7.2. Applications of the Results...……..111

7.3. Future Endeavors……....112

References……..113

Brief Bio-Data of Author…….119

List of Figures

Figure. 1.1: Schematic representation of Hall Thruster, showing the inner and outer walls of the acceleration channel and the electric and magnetic fields.

Figure. 2.1: Comparison of analytical and numerical results for the perturbed potential (ϕ_1).

Figure. 2.2: Weak dependence of growth rate (γ) on wave number (k_y) for two different ion temperatures (T_i).

Figure. 2.3: Perturbed potential (ϕ_1) profile with axial distance (x) along the channel length for two different electron temperatures (T_e).

Figure. 2.4: Perturbed potential (ϕ) profile with axial distance (x) along the channel length for two different densities of multi-ionized ions (n_{zi0}).

Figure. 2.5: Dependence of growth rate (γ) on the density of double-ionized ions (n_{2i0}) for two different channel lengths (d).

Figure. 3.1: Variation of perturbed potential (ϕ_1) with axial distance (x) along the channel length. It shows a comparison with the solutions obtained analytically and numerically.

Figure. 3.2: Cut-off frequencies with ionization rate and lower cut-off frequency minima.

Figure. 3.3: Weak dependence of growth rate on the electron collision frequency for other parameters the same as in Figure 3.1.

Figure. 3.4: Variation of perturbating potential with the electron collision frequency for other parameters the same as in Figure 1.

Figure. 3.5: Dependence of growth on multi-charged ion density and the magnetic field for other parameters the same as used in Figure 3.1.

Figure. 3.6: Variation of perturbed potential with the magnetic field for other parameters the same as in Figure 3.1.

Figure. 3.7: Dependence of perturbed potential dependence on multi-charged ion density for other parameters the same as in Figure 3.1.

Figure. 3.8: Dependence of growth rate on multi-charged ion density with channel length for other parameters the same as in Figure 3.1.

Figure. 4.1: Variation of dust charging time T_Φ and dust charge number Z_d with dust size $r(\equiv r_d)$.

Figure. 4.2: Variation of dust charging time T_Φ and dust charge number Z_d with electron temperature T_e.

Figure. 4.3: Variation of dust charging time T_Φ and dust charge number Z_d with plasma density n_0.

Figure. 4.4: Variation of dust charging time T_Φ and dust charge number Z_d with the plasma potential ϕ.

Figure. 4.5: Variation of dust potential Φ with plasma density n_0.

Figure. 4.6: Variation of dust potential Φ with plasma potential ϕ and electron temperature T_e.

Figure. 4.7: Variation of dust charging time T_Φ and dust charge number Z_d with double-ionized ions.

Figure. 4.8: Weak dependence of dust potential Φ on plasma potential ϕ and double-ionized ions density.

Figure. 4.9: Fluctuating dust potential Φ with fluctuating plasma potential ϕ and dust grain size r.

Figure. 4.10: Fluctuating dust charge number Z_d with dust grain size r.

Figure. 4.11: Fluctuating dust charge number Z_d with oscillation frequency ω.

Figure. 4.12: Fluctuating dust charge number Z_d with double-ionized ions.

Figure. 5.1: Trajectories of charged particles for an attractive dust potential when dust size is of the order of Debye length ($r \sim \lambda_d$).

Figure. 5.2: Charging frequency (ω_Φ) for smaller ($r \ll \lambda_d$), negatively charged dust grain as a function of size and plasma density, when $T_e = 30\ eV$ and $n_{2i} = 60\%$.

Figure. 5.3: Charging frequency (ω_Φ) for smaller ($r \ll \lambda_d$) negatively charged dust grain as a function of double-ionized ions (n_{2i}) and electron temperature (T_e), when $r = 1 \times 10^{-8}\ m$ and $n_0 = 10^{18}\ /m^3$.

Figure. 5.4: Dust floating potential (Φ_0) for smaller ($r \ll \lambda_d$) negatively charged dust grain as a function of double-ionized ions (n_{2i}) and its size, when $T_e = 30\ eV$ and $n_0 = 10^{18}\ /m^3$.

Figure. 5.5: Dust floating potential (Φ_0) for smaller ($r \ll \lambda_d$) negatively charged dust grain as a function of electron temperature (T_e), when $r = 1 \times 10^{-8}\ m$, $n_0 = 10^{18}\ /m^3$ and $n_{2i} = 60\%$.

Figure. 5.6: For negatively charged bigger dust grain ($r \sim \lambda_d$), its charging frequency (ω_Φ) as a function of double-ionized ions (n_{2i}) and its size, when $T_e = 12\ eV$ and $n_0 = 10^{18}\ /m^3$.

Figure. 5.7: For negatively charged bigger dust grain ($r \sim \lambda_d$), its charging frequency (ω_Φ) as a function of plasma density and electron temperature (T_e), when $r = 5 \times 10^{-6}\ m$ and $n_{2i} = 20\%$.

Figure. 5.8: For negatively charged bigger dust grain ($r \sim \lambda_d$), its floating potential (Φ_0) as a function of double-ionized ions (n_{2i}) and electron temperature (T_e), when $r = 5 \times 10^{-6}\ m$ and $n_0 = 10^{18}\ /m^3$.

Figure. 5.9: For positively charged bigger dust grain ($r \sim \lambda_d$), its charging frequency (ω_Φ) as a function of its size and electron temperature (T_e), when $T_{sec} = 3\ eV$, $n_0 = 10^{18}\ /m^3$ and $n_{2i} = 60\%$.

Figure. 5.10: For positively charged bigger dust grain ($r \sim \lambda_d$), its charging frequency (ω_Φ) as a function of plasma density and double-ionized ions (n_{2i}), when $T_{sec} = 3\ eV$, $T_e = 30\ eV$ and $r = 5 \times 10^{-6}\ m$.

Figure. 5.11: For positively charged bigger dust grain ($r \sim \lambda_d$), its charging and floating potential (Φ_0) as a function of electron temperature (T_e), when $T_{sec} = 3\ eV$, $n_0 = 10^{18}\ /m^3$, $n_{2i} = 60\%$ and $r = 5 \times 10^{-6}\ m$.

Figure. 6.1: Ionization profile: Ion density profile.

Figure. 6.2: Acceleration profile: Ion velocity profile.

Figure. 6.3: Dust-Xenon ion collisional cross-section and dust charge number ($Z_d = |Q_d|/e$) with the axial position.

Figure. 6.4: The dust's density and velocity axial profiles.

Figure. 6.5: The dust's densities axial profiles with their sizes and the ionization-acceleration region's overlapping.

Figure. 6.6: The dust's velocity axial profiles with their sizes and the ionization-acceleration region's overlapping.

Figure. 6.7: Total force profile inside the channel experienced by a newly formed dust grain.

Figure. 6.8: Dust particle's position (locus) with time for two grain sizes.

Figure. 6.9: Dust particle's velocity (phase) with time for three grain sizes.

List of Symbols

A : Fitting parameter

A_c : Channel cross-sectional area

B : Magnetic field

B_x : Axial magnetic field

B_r : Radial magnetic field (B_z in rectangular slab geometry)

D_e : Diffusion coefficient for electrons

$\vec{\nabla} p_i$: Ions' pressure gradient

ΔV : Change in rocket velocity

E : Electric field (also Energy on incident particle)

$E_{1,x}$: Axial perturbed electric field

E_{th} : Minimum threshold energy for sputtering

E_θ : Azimuthal electric field

E_x : Axial electric field

$\vec{F}_e$: Force on electrons

$\vec{F}_i$: Force on ions

I_b : Ions beam current

I_D : Discharge current

I_e : Electron current entering the channel

I_i : Extracted ion current (also Singly-ionized ions current)

I_s : Dust charging currents

I_{sp} : Specific impulse

I_{2i} : Double-ionized ions current

J_b : Ions beam density

J_D : Discharge current density

$\vec{J}_{Hall}$: Hall current density

L : Channel length

L_B : The characteristic length

M : Total mass of rocket

Φ : Dust potential relative to plasma potential

P_D : Thruster power

P_{in} : Total input power

P_{jet} : Jet power

Q_{d} : Dust charge

R_1 & R_2 : Inner and outer channel radii

S_1 : Dust production rate

S_2 : Dust destruction rate

$\vec{T}(\equiv \vec{F})$: Thrust

T_{Φ} : Dust charging time

T_i : Singly-ionized ions temperature

T_{2i} : Double-ionized ions temperature (also Thrust with double-ionized ions)

T_θ : Thrust with beam divergence

V : Velocity of rocket

V_D : Discharge voltage

V_f : Final velocity of rocket

V_i : Initial velocity of rocket

V_b : Acceleration ion beam voltage

$Y(E)$: Sputtering yield

Z_d : Dust charge number

a : Sheath edge

α_θ : Thrust correction factor for beam divergence

α_1 : Ionization rate of neutral atoms

α_2 : Ionization rate of singly-ionized ions

α_{2i} : Thrust correction factor for double-ionized ions

ε_0 : Permittivity of free space

b_j : Impact parameter

δ_m : Maximum yield

$\delta_{sec}(E)$: Secondary electron emission yield

e : Charge of an electron

η_m : Mass utilization efficiency

η_T : Total efficiency of Hall thruster

g : Gravitational acceleration

γ_i : Heat capacity ratio for singly-ionized ions

Γ_{sec} : Secondary electron flux

γ_{2i} : Heat capacity ratio for double-ionized ions

h_1 : Azimuthal Hall parameter

h_2 : Radial Hall parameter

k_B : Boltzmann constant

k_y : Wave number of perturbed wave

λ : Electron mean free path

λ_d : Debye length

Ω_e : Electron's cyclotron frequency

Ω_i : Ion's cyclotron frequency

Ω_Φ : Dust charging frequency

$m(\equiv m_e)$: Electron mass

$m_i(\equiv M_i)$: Ion Mass

$\dot{m}_i\left(\equiv \dot{M}_i\right)$: Rate of change of ion mass or mass flow rate

$m_p\left(\equiv M_p\right)$: propellent mass

$\dot{m}_p\left(\equiv \dot{M}_p\right)$: Rate of change of propellent mass or mass flow rate

$\mu_{e,\theta}$: Azimuthal mobility of electrons

$\mu_{e,x}$: Axial mobility of electrons

m_v : Rocket vehicle mass

n_a : Neutral atoms density

n_d : Dust density

n_e : Electron density

n_i : Ion density

n_{i0} : Unperturbed singly-ionized ions density

n_{i1} : Perturbed singly-ionized ions density

n_{2i0} : Unperturbed doubly-ionized ions density

n_{2i1} : Perturbed doubly-ionized ions density

ν : Electron-neutral collision frequency

n_{zi} : Double-ionized ions density

ω : Frequency of perturbed wave

ϕ : Plasma potential

ϕ_1 : Perturbed potential

q_e : Charge of electrons

q_i : Charge of ions

$rdrdz$: Area element in cylindrical coordinate system

$r_d(\equiv r)$: Dust size

ρ_e : Electron's Larmor radius

ρ_i : Ion's Larmor radius

σ_a : Neutral atom cross-section

σ_s : Dust surface area

θ : Plasma plume divergence angel

u_0 : Azimuthal drift velocity of electrons

v_a : Neutral atoms velocity

$\vec{v}_d$: Dust velocity

v_e : Electron velocity

v_{e1} : Perturbed electron velocity

$v_{e,r}$: Radial velocity of the electrons

$v_{e,\theta}$: Azimuthal velocity of the electrons

$v_{e,x}$: Axial velocity of the electrons

v_{ex} : Exhaust velocity

v_i : Ion velocity

$v_{i,b}$: Mean velocity of ejected ion beam

v_{i0} : Unperturbed singly-ionized ions velocity

v_{i1} : Perturbed singly-ionized ions velocity

v_{2i0} : Unperturbed doubly-ionized ions velocity

v_{2i1} : Perturbed doubly-ionized ions velocity

$\vec{v}_{2i}$: Double-ionized ions velocity

v_s^{min} : Minimum plasma species speed required for coming at the dust surface

z : Level of ionization

List of Tables

Tabel 1.1: Typical operating parameters for a kW range Hall thruster (SPT-100M).