GEOMETRICALLY NONLINEAR SMART BEAM FORMULATION AND APPLICATIONS

P M G BASHIR ASDAQUE

DEPARTMENT OF APPLIED MECHANICS
INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI
DECEMBER 2021

GEOMETRICALLY NONLINEAR SMART BEAM FORMULATION AND APPLICATIONS

by

P M G BASHIR ASDAQUE

Department of Applied Mechanics

Submitted

in fulfillment of the requirements for the award of the degree of Doctor of Philosophy

to the

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

DECEMBER 2021

Dedicated to
My Parents
M S Khan & Musarrat Jahan

CERTIFICATE

This is to certify that the thesis entitled "**GEOMETRICALLY NONLINEAR SMART BEAM FORMULATION AND APPLICATIONS**" being submitted by Mr. P M G Bashir Asdaque to Indian Institute of Technology Delhi for the award of degree of Doctor of Philosophy in Applied Mechanics is a record of original bonafide research work carried out by him under my supervision and guidance. The thesis work, in my opinion, has reached the requisite standard fulfilling the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.

The results contained in this thesis have not been submitted in part or full to any other University or Institute for the award of any degree or diploma.

Dr. Sitikantha Roy
Associate Professor
Department of Applied Mechanics
Indian Institute of Technology New Delhi
Delhi 110016, India

Date: ……….
Place: ………

ACKNOWLEDGEMENTS

First and foremost, I would like to express my sincere gratitude to my thesis supervisor Dr. Sitikantha Roy, Associate Professor in the Department of Applied Mechanics, IIT Delhi, for his guidance during the entire period of my Ph.D. Especially during the *COVID-Lockdown*, a challenging period for all research communities worldwide, he motivated me to complete all pending works. He is the one who taught me how to conduct dedicated academic research while maintaining a high standard. I would like to thank him for spending his valuable time during the fruitful discussions with me. Apart from my research topic, we had great conversations regarding other fields of interest like Atomic Force Microscopy, Dielectric Elastomers, Soft Robotics, Multibody Dynamics, etc. He gave me the opportunity to co-teach in tutorials, to experience invigilation and academic exam duties, and to participate in various national and international conferences of repute.

Furthermore, I wish to express my sincere thanks to my SRC Committee members, Professor Suhail Ahmad, Professor S V Modak, and Professor M.K. Singha, for their helpful advice.

Additionally, I would like to thank all the faculties and staff of Applied Mechanics, especially for their floated courses which helped me carry out my research. I would be indebted to my seniors, especially Dr. Aswani, Dr. Yaqoob, Dr. Yahya, Dr. Danish, Dr. Adnan, Dr. Vishwanath, Dr. Shreya, Dr. Gaurav Watts, Dr. Bishweshwar, Dr. Mohit, & Dr. Jitendra's kind support and motivation. I want to thank my friend Mr. Sriram for morale-boosting during critical times. I want to thank all the research scholars of my department and lab, especially Dr. Amit, Anurag, S P Singh, Gargi, Yadwinder, Sartaj, Mayank, Hasan, Sajan, for their necessary help and cooperation during the pandemic. I also thank the post-doctoral member of our lab, Prof. Deepak Kumar for discussions on various research areas.

Finally, I extend the most sincere and special appreciation to my parents and family for their full cooperation to make my task easy.

P M G Bashir Asdaque

ABSTRACT

With advancements in modern technologies, self-monitoring and autonomous control are challenging tasks, especially for crucial structures in the civil, military, and aviation industries. For such challenges, piezoelectric materials are highly efficient, both in actuation and sensing capabilities. In this work, the 'smart' beams are confined to the piezoelectric-based slender beam-like structures. Splitting of the original 3D nonlinear problem for 'smart' beams results in a linear 2D cross-sectional analysis and a geometrically exact 1-D smart beam analysis over the reference line. The major challenge in the research of modeling any piezoelectric transducer lies in capturing the coupling effects, both electromechanical and structural coupling.

The present work begins with developing an 'electromechanically coupled mixed variational formulation' to meet the future design challenges of piezoelectric-based slender beam-like sensors. One-dimensional finite element equations are derived based on this formulation, capable of dealing with sensor-beam problems undergoing large displacements and rotations. An extra electrical degree of freedom is added to the sensor elements. Later, the approach is extended to deal with multiphysics problems having both actuation and sensing portions on the same beam. Though 3D finite element analysis can handle such geometrically nonlinear and complex multiphysics problems, they are computationally expensive. At the same time, reduced models like the present one maintain simplicity and acceptable accuracy while being computationally efficient.

FE computational code has been developed on the FORTRAN platform and can study both static and dynamic problems. Newton-Raphson method is used to deal with geometric nonlinearity. The stiffness and mass matrices are obtained directly from the already developed

cross-sectional analysis tools for smart beams. Initially, the results obtained are validated with the benchmark problems of large displacement and rotations of passive beams, active and sensing beams present in the literature. Validation of mechanical and electrical outputs from 3D FEM software only proves the efficacy of the code. The run-time comparison tables provided prove the computational efficiency. Later, the Eigenvalue analysis in open and close circuit conditions of sensory beams have been done. Also, the Newmark method is used to generate the time marching-based dynamic behavior. Follower force condition is also studied, and an example of dynamic instability is also explored, depicting the versatility of the present theory.

After that, numerical strategies dealing with complex structures having multiple, distinct sensor and active links have been provided. These multiphysics-multilink structures can be thought of as many smart beams joining at particular connection points, such as truss and satellite bae-type linkages. Finally, a complete chapter is dedicated to the study of rotating smart beams. The effect of rotation on several parameters of a rotating sensor is studied. The impact of simultaneous actuation and rotation is also studied. This platform's future version can be utilized for more practical applications like monitoring and active control of flexible smart multilink structures like swept wings, multi-bae space structures, and rotating helicopter blades.

सार

आधुनिक तकनीकों में प्रगति के साथ, स्व-निगरानी और स्वायत्त नियंत्रण चुनौतीपूर्ण कार्य हैं, विशेष रूप से नागरिक, सैन्य और विमानन उद्योगों में महत्वपूर्ण संरचनाओं के लिए। ऐसी चुनौतियों के लिए, पीजोइलेक्ट्रिक सामग्री सक्रियता और संवेदन क्षमताओं दोनों में अत्यधिक कुशल हैं। इस काम में, 'स्मार्ट' बीम पीजोइलेक्ट्रिक-आधारित पतला बीम जैसी संरचनाओं तक ही सीमित हैं। 'स्मार्ट' बीम के लिए मूल तीन-आयामी नॉन-लीनियर समस्या के विभाजन के परिणामस्वरूप एक लीनियर दो-आयामी क्रॉस-सेक्शनल विश्लेषण और संदर्भ रेखा पर एक ज्यामितीय सटीक एक-आयामी स्मार्ट बीम विश्लेषण होता है। किसी भी पीजोइलेक्ट्रिक ट्रांसड्यूसर के मॉडलिंग के शोध में प्रमुख चुनौती विद्युत और संरचनात्मक दोनों के युग्मन प्रभावों को पकड़ने में निहित है।

वर्तमान कार्य पीजोइलेक्ट्रिक-आधारित पतला बीम-जैसे सेंसर की भविष्य की डिजाइन चुनौतियों को पूरा करने के लिए 'इलेक्ट्रोमैकेनिकल रूप से युग्मित मिक्स्ड वेरिएशनल फॉर्मूलेशन' विकसित करने के साथ शुरू होता है। एक आयामी परिमित तत्व समीकरण इस फॉर्मूलेशन के आधार पर व्युत्पन्न होते हैं, जो बड़े विस्थापन और घूर्णन से गुजरने वाली सेंसर-बीम समस्याओं से निपटने में सक्षम होते हैं। सेंसर तत्वों में स्वतंत्रता की एक अतिरिक्त विद्युत डिग्री जोड़ी जाती है। बाद में, एक ही बीम पर एक्चुएशन और सेंसिंग दोनों हिस्से वाले मल्टीफिजिक्स समस्याओं से निपटने के लिए दृष्टिकोण का विस्तार किया गया है। हालांकि तीन-आयामी परिमित तत्व विश्लेषण ऐसी ज्यामितीय अरेखीय और जटिल बहु-भौतिकी समस्याओं को संभाल सकता है, वे कम्प्यूटेशनल रूप से महंगे हैं। साथ ही, वर्तमान मॉडल जैसे रेडूसड मॉडल कम्प्यूटेशनल रूप से कुशल होने के दौरान सादगी और स्वीकार्य सटीकता बनाए रखते हैं।

एफई कम्प्यूटेशनल कोड को फोरट्रान प्लेटफॉर्म पर विकसित किया गया है और यह स्थिर और गतिशील दोनों समस्याओं का अध्ययन कर सकता है। न्यूटन-रैफसन विधि का प्रयोग ज्यामितीय अरैखिकता से निपटने के

लिए किया जाता है। स्मार्ट बीम के लिए पहले से विकसित क्रॉस-सेक्शनल विश्लेषण टूल से कठोरता और द्रव्यमान मैट्रिक्स सीधे प्राप्त किए जाते हैं। प्रारंभ में, प्राप्त परिणामों को साहित्य में मौजूद निष्क्रिय बीम, सक्रिय और सेंसिंग बीम के बड़े विस्थापन और घूर्णन की बेंचमार्क समस्याओं के साथ मान्य किया जाता है। थ्री-डी ऍफ़-इ-एम् सॉफ्टवेयर से मैकेनिकल और इलेक्ट्रिकल आउटपुट का सत्यापन केवल कोड की प्रभावकारिता को साबित करता है। प्रदान की गई रन-टाइम तुलना तालिकाएं कम्प्यूटेशनल दक्षता को साबित करती हैं। बाद में, संवेदी पुंजों की ओपन और क्लोज सर्किट स्थितियों में आइगन-वैल्यू विश्लेषण किया गया है। साथ ही, टाइम मार्चिंग-आधारित गतिशील व्यवहार उत्पन्न करने के लिए न्यूमार्क पद्धति का उपयोग किया जाता है। अनुयायी बल की स्थिति का भी अध्ययन किया जाता है, और वर्तमान सिद्धांत की बहुमुखी प्रतिभा को दर्शाते हुए गतिशील अस्थिरता का एक उदाहरण भी खोजा जाता है।

उसके बाद कई विशिष्ट सेंसर और सक्रिय लिंक वाले जटिल संरचनाओं से निपटने वाली संख्यात्मक रणनीतियां प्रदान की गई हैं। इन मल्टीफिजिक्स-मल्टीलिंक संरचनाओं को विशेष कनेक्शन बिंदुओं पर शामिल होने वाले कई स्मार्ट बीम के रूप में माना जा सकता है, जैसे ट्रस और सैटेलाइट बे-टाइप लिंकेज। अंत में, एक पूरा अध्याय घूर्णन स्मार्ट बीम के अध्ययन के लिए समर्पित है। घूर्णन सेंसर के कई मापदंडों पर घूर्णन के प्रभाव का अध्ययन किया जाता है। एक साथ क्रिया और घूर्णन के प्रभाव का भी अध्ययन किया जाता है। इस प्लेटफॉर्म के भविष्य के संस्करण का उपयोग अधिक व्यावहारिक अनुप्रयोगों के लिए किया जा सकता है जैसे कि लचीले स्मार्ट मल्टीलिंक संरचनाओं की निगरानी और सक्रिय नियंत्रण जैसे स्वेप्ट विंग्स, मल्टी-बे स्पेस स्ट्रक्चर और रोटेटिंग हेलीकॉप्टर ब्लेड।

CONTENTS

LIST OF FIGURES

LIST OF TABLES

NOMENCLATURES

a_i	Global body attached frame
b_i	Undeformed reference frame
B_i	Deformed reference frame
Π	Electromechanical enthalpy
Γ	Second-order 3-D strain tensor
ε	One dimensional strain (comprising of both force and moment strains)
ϕ	Electrical potential
E	Electric field
r	Locus of the centroid of the cross-section in the undeformed state
$\hat{r}$	The position vector of any arbitrary material point in the undeformed cross-section
R	Locus of undeformed material points (r) in the deformed configuration
$\hat{R}$	The position vector of any arbitrary material point in the deformed cross-section
γ	One-dimensional force-strains
κ	One-dimensional moment-strains
S	Stiffness matrix

I	Mass matrix
V	Linear velocity in deformed frame
v	Linear velocity in undeformed frame
Ω	Angular velocity in deformed frame
ω	Angular velocity in undeformed frame
P	Linear momentum
H	Angular momentum
F	Internal force vector
M	Internal moment vector
u	Displacement vector in undeformed frame
θ	Rodrigues parameter
δ	Variational symbol
U	One-dimensional strain energy
K	One-dimensional kinetic energy
$\overline{\delta W}$	Virtual work equivalent
$\overline{\delta q}$	Virtual displacement vector
$\overline{\delta \psi}$	Virtual rotation vector

$\overline{\delta(\ )}$	Overbar indicates 'not an exact variation' of any function

Subscripts

$\square_{Ac}$	Terms related to actuator
$\square_{Sn}$	Terms related to Sensor
$\square_{a}$	Terms represented in the body-attached frame
$\square_{b}$	Terms represented in the undeformed frame
$\square_{B}$	Terms represented in the deformed frame

Superscripts

$\square^{ba}$	The transformation from frame 'a' to 'b'
$\square^{Bb}$	The transformation from frame 'b' to 'B'
$\square^{T}$	Transpose of that matrix
$(\square)'$	Derivative in x_1
$(\dot{\square})$	Derivative in time (Temporal derivative)
$(\tilde{\square})$	Tilde operator or cross-product operator