STUDIES ON MISCIBLE VISCOUS FINGERING IN POLYMERIC AND NANOFLUIDS

POOJA JANGIR

DEPARTMENT OF CHEMICAL ENGINEERING
INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

OCTOBER 2022

© Indian Institute of Technology, Delhi (IITD), New Delhi, 2022

STUDIES ON MISCIBLE VISCOUS FINGERING IN POLYMERIC AND NANOFLUIDS

by

Pooja Jangir

Department of Chemical Engineering

Submitted

in fulfilment of the requirements of the degree of Doctor of Philosophy

to the

Indian Institute of Technology Delhi

October 2022

Dedicated to my parents for teaching me the importance of education in life.

Certificate

This is to certify that the thesis entitled **"Studies on miscible viscous fingering in polymeric and nanofluids"** being submitted by **Ms. Pooja Jangir** to Indian Institute of Technology Delhi for the award of the degree of Doctor of Philosophy in Chemical Engineering, is a record of bonafide research work carried out by her. Ms. Pooja Jangir has worked under our guidance and supervision and has fulfilled the requirements for the submission of the thesis. The results contained in this thesis have not been submitted in part or in full to any other university or institute for the award of any degree or diploma.

Prof. Ratan Mohan
Professor
Department of Chemical Engineering
Indian Institute of Technology Delhi

Prof. Paresh Chokshi
Professor
Department of Chemical Engineering
Indian Institute of Technology Delhi

Acknowledgements

First and foremost, I would like to express my deepest gratitude to my advisors Prof. Ratan Mohan and Prof. Paresh Chokshi. I thank them for the academic freedom generously offered during the course of this work. My research work is aided in immeasurable ways by their technical expertise and scientific insights. Valuable time, immense knowledge and continuous support which they have offered have made my academic life both pleasant and highly informative. Their thorough professional attitude and thought provoking technical insights have left indelible impression which will be helpful in my career ahead.

I extend my sincere most gratitude to the members on my research committee, Prof. Ashok N. Bhaskarwar, Prof. Vivek V. Buwa and Prof. P.M.V Subbarao for their advice and suggestions. Hard probing from the committee has led me to explore and improve in areas where I was lacking. I thank the Department of Chemical Engineering at IIT Delhi for providing laboratory space and and related infrastructure conducive for research. I must acknowledge the wonderful working environment provided in the lab. Special regards to my colleagues, Rupesh, Supriya, Satirtha, Rahul, Isha and Mythili for those zealous technical/non-technical discussions.

Finally I take this moment to express my profound sense of gratitude towards my parents - Babulal Jangir and Anita Jangir and parents-in-law - Arvind Jangir and Pushpa Jangir for their endless love and constant encouragement. Special thanks to my husband, who with his rigorous understanding in ways of the world, has expanded my vision beyond the work at IIT. My kids Takshsheel and Ikshvaki's arrival was a well-timed blessing - when things got tough, their stress-busting company powered me to go back to my work.

Ultimately, I dedicate this thesis to the Almighty for being with me through every path of my life.

New Delhi **Pooja Jangir**

Abstract

The flow displacement process, typically through microchannel or porous media, suffers from fingering phenomenon which manifests in the form of finger-like patterns in the vicinity of the sharp or diffused interface between two fluids. The viscous fingering is a hydrodynamic instability, also known as Saffman-Taylor instability and is attributed to the viscosity contrast between the displacing and displaced fluids. The basic facets of the displacement process, such as volumetric sweep and mixing efficiency can be improved by altering the dynamics of the fingering patterns. Hence, a comprehensive understanding of the onset and dynamics of finger formation is essential to design the flow system. The fingering instability is observed in both scenarios when the displacing and the displaced fluids are either miscible or immiscible in each other. While diffusion of fluid species controls the instability in the former case, the interfacial tension plays an important role in the latter case. The present study emphasizes on miscible flow displacements – especially involving polymeric and nanofluids. Modulation of viscous fingering patterns by incorporating nanoparticles and polymers into the fluids has generated a strong interest as incorporation of a small amount of these results in significant alteration in the transport properties of the base fluid. While there exist a few prior studies on the instability in polymeric and nanofluids displacement, the role of these additives is still not completely understood. This thesis work examines the fingering dynamics in polymeric and nanofluids with the help of linear stability analysis, numerical simulation and flow visualization experiments to gain a better understanding of miscible flow displacement processes. While linear stability analysis predicts the onset and growth-rate of fingers at the early stage, the experiments and numerical simulations reveal full flow dynamics providing insight into the severity of the viscous fingering phenomena.

The first part of the thesis addresses the role of nanoparticles laden displacing fluid on the fingering dynamics. The effect of viscosity enhancement due to particle loading and concentration-dependent particle diffusivity on finger formation is examined for two different cases – dilute and concentrated suspensions. The stability analysis results suggest that the growth-rate and critical wavenumber for the finger formation are significantly reduced or even suppressed for concentrated suspensions in the case of variable diffusivity, compared to constant diffusivity case. The instability is intensified for faster diffusing particles and weakened for slower

diffusing ones. The predictions from linear stability analysis are confirmed through numerical simulations. The concentration contours obtained from numerical simulations also show that the variable diffusivity of nanoparticles tends to suppress fingering, leading to a more stable system. The findings are correlated to the nature of viscosity profiles in the flow domain.

In the second part, the influence of polymeric chains on finger formation is investigated using numerical simulation as well as by performing experiments. Two different scenarios of polymer incorporation are examined when either the displacing or displaced fluid is a polymeric fluid. First, the polymeric solutions are considered to exhibit both shear-thinning viscosity as well as elasticity but no yield-stress, and are rheologically described using the White-Metzner model. The numerical study reveals that introducing shear-thinning behaviour into the displaced (displacing) fluid primarily modifies the viscosity contrast, which, being the governing mechanism, leads to suppressed (enhanced) fingering patterns. Interestingly, for a fixed viscosity ratio under flow conditions, the presence of shear-thinning behaviour significantly alters the local distribution of mixture viscosity and tends to generate narrow and fast growing fingers regardless of the flow arrangement. Thus, the study suggests that the interplay between the viscosity contrast and the complete rheological description of the fluid (meaning nonlinear rheology) governs the fingering formation. Further, introducing elastic behavior to either of the two fluids tends to not only attenuate the fingering growth rate but also alter the structure of fingering in the nonlinear regime. The role of fluid rheology on fingering patterns is explained by analyzing the vorticity structures, local shear-rate (or local viscosity) and normal stress distribution in the flow domain.

The experimental studies on polymeric fluids (solution of polyethylene oxide of varying concentrations and molecular weights) reveal that the development of fingering patterns in polymeric solutions is more complex vis-à-vis Newtonian fluid. Interestingly, the viscoelastic fluids exhibit branched fingers with tip-splitting irrespective of flow arrangement and at effective viscosity contrast similar to Newtonian fluids. In particular, flow displacement of either high concentration or high molecular weight PEO solution exhibits fractal-like growth. The additional non-linear behavior, side-branching, tip-splitting, and shielding, is attributed to the inhomogeneity in fluid viscosity due to local flow behaviour and normal stresses originating from fluid elasticity. Thus, the experiments confirm the numerical

investigations that the nonlinear rheology of the fluids gives rise to these effects, in addition to the viscosity modifications, and hence is crucial for determining the morphology of the fingering instability. The correlation between viscous fingering and fluid rheology is established which may help one to design an efficient flow displacement process. The role of yield-stress fluids, described by Bingham model, is examined as a separate problem using linear stability analysis. Similar to the shear-thinning behaviour, for fixed effective viscosity contrast, presence of yield-stress always intensifies the fingering growth, irrespective of the flow arrangement.

Finally, as another way to alter the viscous fingering, reactive miscible flow displacement is examined wherein a reaction between displacing and displaced fluids produces nanoparticles. The role of reaction rate, viscosity modifications due to the formation of nanoparticles and concentration-dependent particle diffusivity is investigated by performing numerical simulations. The formation of nanoparticles at the diffused interface can trigger the instability in an originally stable system. The variable diffusivity makes the destabilizing effects stronger in that the number of fingers and their intensity are significantly enhanced. Similar to the first study, the destabilization of fingering patterns are correlated with various viscosity profiles. Further, the instability develops quicker with a higher reaction rate due to the larger production of the nanoparticles for a given time. Overall, a comprehensive understanding of viscous fingering dynamics in polymeric and nanofluids is achieved which enables one to design an efficient flow displacement process.

सारांश

प्रवाह विस्थापन प्रक्रिया, आमतौर पर माइक्रोचैनल या पोरस मीडिया के माध्यम से, फिंगरिंग की घटना से ग्रस्त होती है, जो दो द्रव्यो के बीच स्पष्ट या विसरित इंटरफेस के आसपास के क्षेत्र में फिंगर की तरह पैटर्न के रूप में प्रकट होती है। विस्कस फिंगरिंग एक हाइड्रोडायनामिक अस्थिरता है, जिसे सैफमैन-टेलर अस्थिरता के रूप में भी जाना जाता है और यह विस्थापन और विस्थापित द्रव्यो के बीच विस्कोसिटी अंतर के कारण होती है। विस्थापन प्रक्रिया के बुनियादी पहलुओं, जैसे कि वॉल्यूमेट्रिक स्वीप और मिक्सिंग दक्षता को फिंगरिंग पैटर्न की गतिशीलता को बदलकर सुधार किया जा सकता है। इसलिए, प्रवाह प्रणाली को डिजाइन करने के लिए फिंगर बनने की शुरुआत और गतिशीलता की व्यापक समझ आवश्यक है। दोनों स्थितियों में फिंगरिंग अस्थिरता देखी जाती है जब विस्थापन और विस्थापित द्रव्य या तो एक दूसरे में मिश्रणीय या अमिश्रणीय होते हैं। मिश्रणीय द्रव्यो में द्रव प्रजातियों का प्रसार अस्थिरता को नियंत्रित करता है, जबकि इंटरफेस तनाव अमिश्रणीय द्रव्यो के मामले में एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। वर्तमान अध्ययन मिश्रणीय प्रवाह विस्थापन पर जोर देता है - विशेष रूप से प्रवाह विस्थापन में बहुलक और नैनोफ्लुइड्स को शामिल किया है। द्रव्यो में नैनोकणों और बहुलक को शामिल करके विस्कस फिंगरिंग पैटर्न के मॉड्यूलेशन ने एक मजबूत रुचि पैदा की है क्योंकि इनकी एक छोटी राशि भी द्रव्य के भौलिक गुणों में महत्वपूर्ण परिवर्तन हो सकता है। यद्यपि बहुलक और नैनोफ्लुइड्स विस्थापन में अस्थिरता पर कुछ पूर्व अध्ययन मौजूद हैं, इन एडिटिव्स की भूमिका अभी भी पूरी तरह से समझ में नहीं आई है। वर्तमान कार्य मिश्रणीय प्रवाह विस्थापन प्रक्रियाओं की बेहतर समझ हासिल करने के लिए रैखिक स्थिरता विश्लेषण, संख्यात्मक सिमुलेशन और प्रवाह दृश्य प्रयोगों की सहायता से बहुलक और नैनोफ्लुइड्स में फिंगरिंग गतिशीलता की जांच करता है। रैखिक स्थिरता विश्लेषण प्रारंभिक चरण में फिंगर की शुरुआत और विकास दर की भविष्यवाणी करता है और प्रयोग और संख्यात्मक सिमुलेशन विस्कस फिंगरिंग घटना की गंभीरता में अंतर्दृष्टि प्रदान करते हुए पूर्ण प्रवाह गतिशीलता प्रकट करते हैं।

वर्तमान अध्ययन का पहला भाग फिंगरिंग की गतिशीलता पर नैनोकणों जो की विस्थापित करने वाले द्रव में शामिल है, की भूमिका को संबोधित करता है। कण भार के कारण विस्कोसिटी वृद्धि और सांद्रता-निर्भर कण प्रसार के प्रभाव दो अलग-अलग मामलों के लिए जांच की है - तनुक्रीत और सांद्र निलंबन। स्थिरता विश्लेषण के परिणाम बताते हैं कि स्थिर प्रसार के मामले की तुलना में, परिवर्तनीय प्रसार के मामले में फिंगरिंग विकास-दर काफी कम हो जाती हैं, यहां तक कि सांद्र निलंबन के लिए फिंगरिंग गायब जाती हैं। तेजी से फैलने वाले कणों के लिए अस्थिरता तेज हो जाती है और धीमी गति से फैलने वाले कणों के लिए कमजोर हो जाती है। रैखिक स्थिरता विश्लेषण की भविष्यवाणियों की पुष्टि संख्यात्मक सिमुलेशन के माध्यम से की जाती है। संख्यात्मक सिमुलेशन से प्राप्त सांद्र आकृति भी यह दर्शाती है कि नैनोकणों की परिवर्तनशील विवर्तनता फिंगरिंग को दबाने की प्रवृत्ति रखती है, जिससे एक अधिक स्थिर प्रणाली बनती है। ये सभी निष्कर्ष प्रवाह डोमेन में विस्कोसिटी प्रोफाइल की प्रकृति से संबंधित हैं।

दूसरे भाग में, संख्यात्मक सिमुलेशन के साथ-साथ प्रयोग करके फिंगरिंग पर बहुलक श्रृंखलाओं के प्रभाव की जांच की है। बहुलक घोल निगमन के दो अलग-अलग परिदृश्यों की जांच की है, जब या तो विस्थापन या विस्थापित द्रव एक बहुलक द्रव होता है। सबसे पहले, बहुलक घोल को शिअर-थिनिंग विस्कोसिटी और लोच व्यवहार दोनों को प्रदर्शित करने के लिए माना गया है, और व्हाइट-मेटज़नर मॉडल का उपयोग करके रियोलॉजिकल रूप से वर्णित किया जाता है। संख्यात्मक

अध्ययन से पता चलता है कि विस्थापित (विस्थापन) तरल पदार्थ में शिअर-थिनिंग व्यवहार मुख्य रूप से विस्कोसिटी अंतर को संशोधित करता है, जो कि फिंगरिंग का मुख्य कारण होता है, फलस्वरूप फिंगरिंग तीव्रता कम (अधिक) हो जाती है। दिलचस्प बात यह है कि प्रवाह स्थितियों के तहत एक निश्चित विस्कोसिटी अनुपात के लिए, शिअर-थिनिंग व्यवहार की उपस्थिति मिश्रण विस्कोसिटी के स्थानीय वितरण को महत्वपूर्ण रूप से बदल देती है और दोनो प्रवाह व्यवस्था में संकीर्ण और तेजी से बढ़ने वाली फिंगरिंग को उत्पन्न करती है। इस प्रकार, अध्ययन से पता चलता है कि विस्कोसिटी अंतर और द्रव के पूर्ण रियोलॉजिकल विवरण (अर्थात् नॉनलाइनियर रियोलॉजी) के बीच परस्पर क्रिया फिंगरिंग गठन को नियंत्रित करती है। इसके अलावा, दो द्रव्यो में से किसी एक के लिए लोचदार व्यवहार होना न केवल फिंगरिंग विकास दर को कम करता है बल्कि नॉनलाइनर व्यवहार में फिंगरिंग की संरचना को भी बदल देता है। फिंगरिंग पैटर्न पर द्रव रियोलॉजी की भूमिका को प्रवाह क्षेत्र में भंवर संरचनाओं, स्थानीय शिअर-दर (या स्थानीय विस्कोसिटी) और तनाव वितरण का विश्लेषण करके समझाया गया है।

पॉलिमरिक द्रव्यो (अलग-अलग सांद्रता और आणविक भार के पॉलीइथाइलीन ऑक्साइड का घोल) पर प्रायोगिक अध्ययन से पता चलता है कि पॉलीमेरिक घोल में फिंगरिंग पैटर्न का विकास न्यूटोनियन द्रव्य की तुलना में अधिक जटिल है। दिलचस्प बात यह है कि विस्कोलेस्टिक द्रव्य प्रवाह की व्यवस्था से स्वतंत्र और न्यूटोनियन द्रव्य के समान प्रभावी विस्कोसिटी अनुपात के लिए टिप-विभाजन के साथ शाखाओं वाली फिंगर को प्रदर्शित करते है। विशेष रूप से, उच्च सांद्रता या उच्च आणविक भार PEO घोल का प्रवाह विस्थापन फ्रैक्टल जैसी वृद्धि प्रदर्शित करता है। अतिरिक्त गैर-रैखिक व्यवहार, साइड-ब्रांचिंग, टिप-स्प्लिटिंग और परिरक्षण, स्थानीय प्रवाह व्यवहार और द्रव लोच से उत्पन्न होने वाले सामान्य तनावों के कारण द्रव विस्कोसिटी में असमानता के लिए जिम्मेदार है। इस प्रकार, प्रयोग संख्यात्मक जांच की पुष्टि करते हैं कि द्रव्यो की गैर-रेखीय रियोलॉजी विस्कोसिटी संशोधनों के अलावा इन प्रभावों को जन्म देती है, और इसलिए विस्कस फिंगरिंग अस्थिरता के आकारिकी को निर्धारित करने के लिए महत्वपूर्ण है। फिंगरिंग और द्रव रियोलॉजी के बीच संबंध स्थापित किया गया है जो एक कुशल प्रवाह विस्थापन प्रक्रिया को डिजाइन करने में मदद कर सकता है। बिंघम मॉडल द्वारा वर्णित उपज-तनाव द्रव्य की भूमिका को रैखिक स्थिरता विश्लेषण का उपयोग करके एक अलग समस्या के रूप में जांचा जाता है। शिअर-थिनिंग व्यवहार के समान, एक निश्चित प्रभावी विस्कोसिटी अनुपात के लिए, उपज-तनाव की उपस्थिति हमेशा अस्थिरता के विकास को तेज करती है।

अंत में, विस्कस फिंगरिंग को बदलने के एक अन्य तरीके के रूप में, रासायनिक अभिक्रिया प्रवाह विस्थापन की जांच की जाती है जिसमें विस्थापन और विस्थापित द्रव्यो के बीच रासायनिक अभिक्रिया नैनोकणों का उत्पादन करती है। अभिक्रिया दर की भूमिका, नैनोकणों के निर्माण के कारण विस्कोसिटी संशोधनों और सांद्रता-निर्भर कण प्रसार के प्रभाव की जांच संख्यात्मक सिमुलेशन करके की जाती है। विसरित इंटरफ़ेस पर नैनोकणों का निर्माण मूल रूप से स्थिर प्रणाली में अस्थिरता को ट्रिगर कर सकता है। परिवर्तनशील विवर्तनता अस्थिर प्रभावों को इस मायने में मजबूत बनाती है और उंगलियों की संख्या और उनकी तीव्रता में काफी वृद्धि होती है। पहले अध्ययन के समान, फिंगरिंग पैटर्न की अस्थिरता को विभिन्न विस्कोसिटी प्रोफाइल के साथ सहसंबद्ध किया गया है । इसके अलावा, एक निश्चित समय के लिए नैनोकणों के बड़े उत्पादन के कारण उच्च अभिक्रिया दर के साथ अस्थिरता तेजी से विकसित होती है। कुल मिलाकर, पॉलिमरिक और नैनोफ्लुइड्स में फिंगरिंग डायनामिक्स की व्यापक समझ हासिल की गया है जो एक कुशल प्रवाह विस्थापन प्रक्रिया को डिजाइन करने में सक्षम बनाती है।

Contents

Certificate i
Acknowledgements iii
Abstract v
List of figures xiv
List of symbols xix

1 Introduction **1**
1.1 Hydrodynamic instability 1
1.2 Viscous fingering phenomena 1
1.3 Analysis techniques for viscous fingering 5
1.3.1 Experimental flow visualization 5
1.3.2 Linear stability analysis 6
1.3.3 Numerical simulations 7
1.4 Literature review 8
1.4.1 Viscous fingering in nanofluids 9
1.4.2 Viscous fingering in polymeric fluids 10
1.4.3 Viscous fingering in reactive fluids 13
1.5 Scope of research 14
1.6 Research objectives 16
1.7 Thesis outline 17

2 Viscous fingering in miscible displacement by nanofluid with concentration-dependent diffusivity **19**
2.1 Introduction 20
2.2 Problem formulation 21
2.2.1 Linear stability analysis 25
2.2.2 Numerical simulations 28
2.3 Results and discussion of linear stability analysis 29
2.3.1 Constant diffusion coefficient for nanoparticles (CD) 31

2.3.2 Variable diffusion coefficient for nanoparticles (VD) - dilute suspension . . . 33
2.3.3 Variable diffusion coefficient for nanoparticles (VD) - concentrated suspension . . . 37
2.4 Results of numerical simulations . . . 44
2.4.1 Variable diffusion coefficient for nanoparticles (VD) - dilute suspension . . . 44
2.4.2 Variable diffusion coefficient for nanoparticles (VD) - concentrated suspension . . . 46
2.5 Stability characterization by viscosity profiles . . . 47
2.6 Conclusion . . . 50

3 Role of viscoelastic fluid rheology in miscible viscous fingering 53
3.1 Introduction . . . 54
3.2 Problem formulation . . . 55
3.2.1 Governing equations . . . 55
3.2.2 Numerical method . . . 58
3.2.3 Characteristics of fingering patterns . . . 61
3.3 Results and discussion . . . 61
3.3.1 Validation for Newtonian flow displacement . . . 62
3.3.2 Flow of polymeric fluids: Effect of viscosity modifications . . . 63
3.3.3 Flow of polymeric fluids: Effect of shear-thinning behaviour . 66
3.3.4 Flow of polymeric fluids: Effect of fluid elasticity . . . 71
3.3.5 Fingering structure-property relation . . . 75
3.4 Conclusion . . . 76

4 Role of yield-stress in miscible viscous fingering 79
4.1 Introduction . . . 80
4.2 Problem formulation . . . 81
4.3 Linear stability analysis . . . 85
4.4 Results and discussion . . . 88
4.4.1 Newtonian and Bingham fluids (N-B and B-N) . . . 88
4.4.2 Bingham and Carreau fluids (C-B and B-C) . . . 90
4.4.3 Role of fluid rheology in kinetics of fingering . . . 94
4.4.4 Mechanism for stabilization/destabilization . . . 96
4.4.5 Stability map . . . 100
4.5 Conclusion . . . 101

5 Experimental study on the role of polymeric fluids in miscible viscous fingering 103
5.1 Introduction . . . 104
5.2 Experimental techniques . . . 105
5.2.1 Experimental set-up . . . 105
5.2.2 Preparation and rheological characterization of polymeric fluids 105
5.2.3 Experimental procedure . . . 109
5.2.4 Measurement techniques . . . 110
5.3 Results and discussion . . . 112
5.3.1 Validation for Newtonian fluid displacing Newtonian fluid (NN system) . . . 113
5.3.2 Validation for Newtonian fluid displacing Newtonian fluid (NN system) . . . 113
5.3.3 Newtonian fluid displacing polymeric fluid (NP system) . . . 115
5.3.4 Polymeric fluid displacing Newtonian fluid (PN system) . . . 125
5.4 Conclusion . . . 133

6 Miscible viscous fingering in the presence of chemical reaction producing nanoparticles 135
6.1 Introduction . . . 136
6.2 Problem formulation . . . 136
6.2.1 Governing equations . . . 137
6.2.2 Numerical method . . . 140
6.3 Results and discussion . . . 141
6.3.1 Effect of viscosity modifications . . . 141
6.3.2 Effect of nanoparticles diffusivity . . . 142
6.3.3 Effect of reaction rate . . . 146
6.3.4 Effect of injection rate . . . 148
6.4 Conclusion . . . 149

7 Conclusion 151

Bibliography 157

Thesis based publications 169

Author resume 171

List of figures

1.1 Common flow configuration for viscous fingering 2
1.2 Schematic of the flow displacement in rectilinear Hele-Shaw cell . . . 4

2.1 Schematic of the flow system 21
2.2 Constant diffusion: Comparison with literature results 30
2.3 Constant diffusion - dilute and concentrated suspensions: Effect of nanoparticle addition, denoted by log mobility ratio, R_n, on disturbance growth rate curve 32
2.4 Variable diffusion - dilute suspension: Effect of addition of nanoparticles to the displacing fluid on base-state profiles and stability curves. 34
2.5 Variable diffusion - dilute suspension: Variation in maximum growth-rate with time time for different values of diffusivity ratio of nanoparticles to solute 36
2.6 Constant and variable and diffusion - dilute suspension: Comparison of adding solute versus adding nanoparticles 37
2.7 Variable diffusion - concentrated suspension: Effect of addition of nanoparticles to the displacing fluid on base-state profiles and stability curves. 39
2.8 Variable diffusion - concentrated suspension: Variation in maximum growth-rate with time time for different values of diffusivity ratio of nanoparticles to solute 40
2.9 Parametric curves demarcating stable and unstable regions for constant particle diffusivity and concentration-dependent particle diffusivity . . 42
2.10 Dilute suspension: concentration contour for constant and variable diffusivity 45
2.11 Concentrated suspension: concentration contour for constant and variable diffusivity 46
2.12 Typical shapes of base-state viscosity profiles observed for constant diffusion coefficient and variable diffusion coefficient cases. 48

3.1 Schematic of the flow system consisting of Hele-Shaw cell with two miscible fluids. 55
3.2 Comparison with literature results for Newtonian displacement. . . . 63
3.3 Effect of viscosity modifications on the concentration field for NP and PN flow arrangements for different shear-thinning behaviour 64
3.4 Effect of viscosity modifications on fingering characteristics for NP and PN flow arrangements for different shear-thinning behaviour 65
3.5 Effect of shear-thinning behaviour on the concentration field for NP and PN flow arrangements 68
3.6 Effect of shear-thinning behaviour on fingering characteristics for NP and PN flow arrangements 69
3.7 Mechanism to comprehend the effect of shear-thinning behaviour on the fingering dynamics 70
3.8 Effect of fluid elasticity on the concentration field for NP and PN flow arrangements 71
3.9 Effect of fluid elasticity on fingering characteristics for NP and PN flow arrangements 72
3.10 Mechanism to comprehend the effect of fluid elasticity on fingering dynamics 74

4.1 Schematic of the flow system 82
4.2 Instability characteristics showing the effect of yield-stress behavior on disturbance growth rate curves 89
4.3 Effect of shear-thinning/thickening fluid on the fingering growth rate and viscosity profile 91
4.4 Effect of shear-thinning/thickening fluid on the maximum fingering growth rate 93
4.5 Variation of maximum growth rate with time for different values of Bingham number at a fixed viscosity contrast 94
4.6 Individual effect of fluid rheology on maximum growth rate for different flow systems. 95
4.7 Streamfunction perturbations for Newtonian displacing Newtonian fluid (N-N), Newtonian fluid displacing Bingham fluid, and Bingham fluid displacing Newtonian fluid 98
4.8 Neutral stability diagram in $Bn - R_0$ plane for different flow systems 100

5.1 (a) Schematic of the experimental setup consisting of Hele-Shaw cell with two miscible fluids; (b) 2-D plane (xy-plane) of the cell in which the instability is observed; (c) photograph of the fabricated Hele-Shaw cell. 106
5.2 Rheological characterization of fluids 107
5.3 Method to calculate dominant wavelength of the fingering patterns . 110
5.4 Method to quantify shape factor and mixing length 112
5.5 Evolution of viscous fingering for Newtonian fluids at different viscosity ratio 114
5.6 Effect of polymer concentration on fingering dynamics in NP flow displacement 117
5.7 Effect of polymer injection rate on fingering dynamics in NP flow displacement 119
5.8 Effect of polymer molecular weight on fingering dynamics in NP flow displacement 120
5.9 Measurements of dominant wavelength and shape factor for flow displacement of PEO solution of different concentrations and molecular weights 122
5.10 Measurements of mixing length for flow displacement of PEO solution of different concentrations and molecular weights 123
5.11 Effect of polymer concentration on fingering patterns in PN flow displacement 126
5.12 Effect of polymer injection rate on fingering patterns in PN flow displacement 128
5.13 Effect of polymer molecular weight on fingering patterns in PN flow displacement 129
5.14 Measurements of dominant wavelength and shape factor for displacing PEO solution of different concentrations and molecular weights 130
5.15 Measurements of mixing length for displacing PEO solution of different concentrations and molecular weights 131

6.1 Schematic of the flow system 136
6.2 Effect of viscosity modifications on reactive viscous fingering 143
6.3 Effect of particle diffusivity on reactive viscous fingering: constant diffusion coefficient 144
6.4 Effect of particle diffusivity on reactive viscous fingering: variable diffusion coefficient 145

6.5 Effect of reaction rate on reactive viscous fingering 147
6.6 Effect of injection rate on reactive viscous fingering 149

List of symbols

Symbol	Definition
A	Aspect ratio of the Hele-Shaw cell, $L_\mathrm{x}/L_\mathrm{y}$
Bn	Bingham number
Cu	Carreau number
D_i	Diffusion coefficient of component i
K	Permeability of the porous medium
L_x	Length of the Hele-Shaw cell
L_y	Width of the Hele-Shaw cell
M	Number of grid points in x direction
N	Number of grid points in y direction
Pe	Péclet number
R_0	Log viscosity ratio (displaced/displacing fluid) at zero-shear rate
R_eff	Effective log viscosity ratio (displaced/displacing fluid)
Wi	Weissenberg number
$\boldsymbol{\mathcal{D}}$	Rate of strain tensor
b	Separation gap of the Hele-Shaw cell
c	Concentration
c_0	Initial condition of concentration
k	Disturbance wavenumber
n	Power-law index of the Carreau fluid
p	Fluid pressure
t_0	Frozen time for the base-state profile
$\mathbf{u}$	Velocity field
u	x-component of fluid velocity
v	y-component of fluid velocity

Greek Symbols

Symbol	Definition
β	Polymer contribution to the total viscosity

$\dot{\gamma}$	Shear-rate
δ_n	Ratio of the diffusivity of nanoparticles to the solute diffusivity
μ_0	Zero-shear viscosity of the Carreau fluid
μ_p	Plastic viscosity of the Bingham fluid
λ	Polymer relaxation time
ω	Vorticity
ψ	Stream function
Φ	Generic variable (u, v, c, p)
$\bar{\Phi}$	Base-state of the generic variable $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{c}, \bar{p})$
Φ'	Disturbance of the generic variable (u', v', c', p')
$\tilde{\Phi}$	Disturbance eigenfunction $(\tilde{U}, \tilde{V}, \tilde{C}, \tilde{P})$
ϕ	Porosity
ϕ_n	Initial particle loading
σ	Disturbance growth rate
$\sigma_{\max}$	Maximum growth rate
τ_0	Yield-stress of the Bingham fluid
$\boldsymbol{\tau}$	Stress tensor

Abbreviation

Symbol	**Definition**
BC	Bingham fluid displacing Carreau fluid
BN	Bingham fluid displacing Newtonian fluid
CB	Carreau fluid displacing Bingham fluid
CD	Constant diffusivity of nanoparticles
LSA	Linear stability analysis
NB	Newtonian fluid displacing Bingham fluid
NP	Newtonian fluid displacing polymeric fluid
PN	Polymeric fluid displacing Newtonian fluid
QSSA	Quasi steady state approximation
VD	Variable diffusivity of nanoparticles
VF	Viscous fingering