ADAPTIVE MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR UNCERTAIN LTI SYSTEMS WITH STATE AND INPUT CONSTRAINTS

ABHISHEK DHAR

DEPARTMENT OF ELECTRICAL ENGINEERING

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

SEPTEMBER 2021

ADAPTIVE MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR UNCERTAIN LTI SYSTEMS WITH STATE AND INPUT CONSTRAINTS

by

ABHISHEK DHAR

Department of Electrical Engineering

Submitted

in fulfilment of the requirements of the degree of Doctor of Philosophy

to the

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

SEPTEMBER 2021

CERTIFICATE

This is to certify that the thesis entitled **Adaptive-Model Predictive Control for Uncertain LTI Systems with State and Input Constraints** submitted by **Abhishek Dhar** to the Indian Institute of Technology Delhi, for the award of the Degree of **Doctor of Philosophy**, is a record of the bona fide research work carried out by him under my supervision and guidance. The thesis has reached the standards fulfilling the requirements of the regulations relating to the degree.

The results contained in this thesis have not been submitted either in part or in full to any other University or Institute for the award of any degree or diploma to the best of my knowledge.

Prof. Shubhendu Bhasin
Department of Electrical Engineering,
Indian Institute of Technology Delhi.
(Supervisor)

ACKNOWLEDGEMENTS

I would like to begin by thanking my supervisor, Prof. Shubhendu Bhasin for all his guidance, advice, support, encouragement, patience and enthusiasm over the years during the period of my Ph.D. study here at IIT Delhi. It has definitely been a life changing experience for me while working under his supervision. I would also like to give special thanks to my SRC members for their support and valuable comments: Prof. S. Janardhanan, Prof. I.N. Kar, and Prof. J.K. Dutt. I would always be grateful to the other faculty and staff members of the Control and Automation group of IIT Delhi for their help and support.

A Ph.D. is not only about doing research, writing papers and a thesis; rather it builds upon continuous learning and enriching existing knowledge base. In this respect, particularly, I would like to thank Sayan for easing me into the vast ocean of theories. I am also grateful to Spandan Sir for sharing his valuable knowledge and experience with me. I am equally grateful to Shantanu and Abhilash for the extensive discussions, that we had in the lab.

This journey would not have been colourful without all my lab mates. I would like to thank Madan Sir, Satnesh Sir, Sumit Sir, Joyjit Sir, Niraj Ma'am, Nalin Sir and Venkat Sir for being the awesome seniors and for making me feel comfortable in the group. I would like to thank Shifali for being a dear friend from the first day in the campus. I am also grateful to Priyank for easing me into the hostel life. Last but not the least, I would like to express my heartfelt gratitude to Bhabani, Kishore, Keerthi, Sujeet, Apurba, Atul, Pritesh, Anirudh Sir and Pranjali for gifting me some of the most colourful days in this journey.

I would take this opportunity to thank my parents for their constant love and support all throughout my life. I also want to express my warmest gratitude to my wife Trisika for being a constant all-around support during the toughest times.

Finally, I thank the almighty for the blessings which have made this thesis possible.

Abhishek Dhar

ABSTRACT

The design of control strategies for uncertain systems in safety critical environment is a practically relevant problem. Uncertainties in the system model may stem from various sources such as imprecise knowledge of system parameters, modelling imperfections, external disturbances, etc. Adaptive control addresses the problem of controlling uncertain system where the estimated controller/system parameters are adjusted online, based on measured input-output data, with guaranteed stability of the closed-loop system. Despite the fact that the theory of adaptive control is well established, only a few results address the problem of safe adaptive control design which can guarantee control performance under various safety constraints. To handle systems with hard constraints imposed on the states/outputs as well as inputs, model predictive control (MPC) has emerged as an efficient strategy. However, as the name suggests, MPC is a model dependent control strategy. For this reason, systems with parametric uncertainties in the model cannot be directly tackled by the conventional MPC strategy, owing to the difficulty in predicting the future states of the plant. The combined problem of controlling uncertain and constrained system can be handled by systematic combination of adaptive control with MPC. However, interlacing both aspects in control design is non-trivial and leads to challenging problems such as guaranteeing recursive feasibility of the MPC optimization routine in the presence of errors due to model mismatch between the uncertain system and the adaptive estimated system (utilized for predictions in MPC) and stability of the overall closed-loop system. The aforementioned prevailing issues motivate my current research objective, which is *to develop Adaptive MPC (AMPC) framework for constrained linear time-invariant (LTI) systems, which can guarantee safety through constraint satisfaction as well as stable closed-loop performance even in the presence of uncertainties in the parameters of the system model.* Detailed discussions regarding the issues of the conventional MPC as well as other strategies designed for handling constrained uncertain systems, are given in Chapter 1. This thesis has

three major contributions as briefly enumerated below, which also constitute the core essence of Chapters 2-4 respectively:

- Two decreasing horizon AMPC frameworks are proposed, which guarantee finite-time convergence of the states of the uncertain system to a suitably designed terminal set, while satisfying the imposed states and input constraints at all time instants. It is analytically proved that the proposed MPC optimization routine is recursively feasible if it is initially feasible, which in turn guarantees asymptotic stability of the overall closed-loop plant.

- A more general receding horizon framework for AMPC is proposed, which is an extension of the decreasing horizon AMPC framework. This design framework alleviates the problems associated with the decreasing horizon framework, such as reducing aggressive control action and utilizing the adaptive learning of estimated parameters for all instants of time. Recursive feasibility of the proposed MPC optimization routine is guaranteed if it is initially feasible, which in turn guarantees boundedness in the states of the uncertain plant at al time instants. It is further proved that the states of the overall closed-loop uncertain system are asymptotically converging to the origin.

- To further improve the closed-loop performance, multi-model adaptive identification strategy is systematically fused with MPC for controlling LTI systems with parametric uncertainty and hard constraints on states and inputs. The improvement in closed-loop performance is obtained through gradually reducing constraint tightening in the MPC optimization routine. The proposed AMPC strategy is also proved to be recursively feasible if it is initially feasible and the closed-loop states are guaranteed to be asymptotically converging to the origin.

All the control designs are validated through suitable simulation examples. At the end, concluding remarks and some future directions of this thesis are provided in Chapter 5.

सार

सुरक्षा के महत्वपूर्ण वातावरण में अनिश्चित प्रणालियों के लिए नियंत्रण रणनीतियों का डिजाइन है: व्यावहारिक रूप से प्रासंगिक समस्या। सिस्टम मॉडल में अनिश्चितताएं विभिन्न स्रोतों से उत्पन्न हो सकती हैं जैसे सिस्टम मापदंडों का सटीक ज्ञान, मॉडलिंग की खामियां, बाहरी गड़बड़ी-प्रतिबंध, आदि। अनुकूली नियंत्रण अनिश्चित प्रणाली को नियंत्रित करने की समस्या को संबोधित करता है जहां अनुमानित नियंत्रक/सिस्टम पैरामीटर्स को मापे गए इनपुट-आउटपुट के आधार पर ऑनलाइन समायोजित किया जाता है डेटा, क्लोज्ड-लूप सिस्टम की गारंटीड स्थिरता के साथ। इस तथ्य के बावजूद कि का सिद्धांत अनुकूली नियंत्रण अच्छी तरह से स्थापित है, केवल कुछ परिणाम सुरक्षित अनुकूली की समस्या का समाधान करते हैं नियंत्रण डिजाइन जो विभिन्न सुरक्षा बाधाओं के तहत नियंत्रण प्रदर्शन की गारंटी दे सकता है। प्रति राज्यों / आउटपुट के साथ-साथ इनपुट, मॉडल पर लगाए गए कठोर बाधाओं वाले सिस्टम को संभालना भविष्य कहनेवाला नियंत्रण (एमपीसी) एक कुशल रणनीति के रूप में उभरा है। हालाँकि, जैसा कि नाम से पता चलता है, एमपीसी एक मॉडल निर्भर नियंत्रण रणनीति है। इस कारण से, पैरामीट्रिक वाले सिस्टम-मॉडल की खामियों को पारंपरिक एमपीसी रणनीति द्वारा सीधे नहीं सुलझाया जा सकता है, क्योंकि संयंत्र के भविष्य की स्थिति की भविष्यवाणी करने में कठिनाई। नियंत्रण की संयुक्त समस्या अनिश्चित और विवश प्रणाली को अनुकूली घटकों के व्यवस्थित संयोजन द्वारा नियंत्रित किया जा सकता है-एमपीसी के साथ ट्रोल हालांकि, नियंत्रण डिजाइन में दोनों पहलुओं को अंतःस्थापित करना गैर-तुच्छ है और इसकी ओर जाता है चुनौतीपूर्ण समस्याएं जैसे कि एमपीसी अनुकूलन दिनचर्या की पुनरावर्ती व्यवहार्यता की गारंटी अनिश्चित प्रणाली और अनुकूलन के बीच मॉडल बेमेल के कारण त्रुटियों की उपस्थिति में-अनुमानित प्रणाली (एमपीसी में भविष्यवाणियों के लिए प्रयुक्त) और समग्र बंद-लूप की स्थिरता प्रणाली। उपरोक्त प्रचलित मुद्दे मेरे वर्तमान शोध उद्देश्य को प्रेरित करते हैं, जो सीमित रैखिक समय-अपरिवर्तनीय (एलटीआई) के लिए अनुकूली एमपीसी (एएमपीसी) ढांचा विकसित करना है सिस्टम, जो बाधा संतुष्टि के साथ-साथ स्थिर बंद के माध्यम से सुरक्षा की गारंटी दे सकते हैं-सिस्टम मॉडल के मापदंडों में अनिश्चितताओं की उपस्थिति में भी लूप प्रदर्शन। पारंपरिक एमपीसी के मुद्दों के साथ-साथ अन्य रणनीतियों के बारे में विस्तृत चर्चा विवश अनिश्चित प्रणालियों को संभालने के लिए डिज़ाइन किए गए, अध्याय 1 में दिए गए

हैं। यह थीसिस है नीचे संक्षेप में तीन प्रमुख योगदानों का उल्लेख किया गया है, जो मूल सार का भी गठन करते हैं: अध्याय 2-4 के क्रमशः

- दो घटते क्षितिज एमपीसी ढांचे प्रस्तावित हैं, जो परिमित समय की गारंटी देते हैं अनिश्चित प्रणाली के राज्यों का एक उपयुक्त रूप से डिज़ाइन किए गए टर्मिनल सेट में अभिसरण, जबकि थोपे गए राज्यों और इनपुट बाधाओं को हर समय संतुष्ट करना। यह विश्लेषणात्मक है साबित कर दिया कि प्रस्तावित एमपीसी अनुकूलन दिनचर्या पुनरावर्ती रूप से संभव है यदि यह शुरू में है संभव है, जो बदले में समग्र बंद-लूप संयंत्र की स्पर्शोन्मुख स्थिरता की गारंटी देता है।
- एमपीसी के लिए एक अधिक सामान्य आवर्ती क्षितिज ढांचा प्रस्तावित है, जो एक विस्तार है-घटते क्षितिज एमपीसी ढांचे के कारण। यह डिजाइन ढांचा कम करता है घटते क्षितिज ढांचे से जुड़ी समस्याएं, जैसे आक्रामक को कम करना कार्रवाई को नियंत्रित करना और सभी पलों के लिए अनुमानित मापदंडों के अनुकूली सीखने का उपयोग करना समय की। प्रस्तावित एमपीसी अनुकूलन दिनचर्या की पुनरावर्ती व्यवहार्यता की गारंटी है यदि यह शुरू में संभव है, जो बदले में अनिश्चितता की स्थिति में सीमाबद्धता की गारंटी देता है अल समय पर संयंत्र। यह आगे सिद्ध होता है कि समग्र बंद-लूप की अवस्थाएँ अनिश्चित प्रणाली स्पर्शोन्मुख रूप से मूल में परिवर्तित हो रही है।
- क्लोज्ड-लूप प्रदर्शन को और बेहतर बनाने के लिए, मल्टी-मॉडल एडेप्टिव आइडेंटिफिकेशन स्ट्रैट-ईजी को पैरामीट्रिक यूएन के साथ एलटीआई सिस्टम को नियंत्रित करने के लिए एमपीसी के साथ व्यवस्थित रूप से जोड़ा गया है। राज्यों और निविष्टियों पर निश्चितता और कठोर प्रतिबंध। क्लोज्ड-लूप में सुधार एमपीसी में धीरे-धीरे कसने की बाधा को कम करके प्रदर्शन प्राप्त किया जाता है अनुकूलन दिनचर्या। प्रस्तावित एमपीसी रणनीति भी पुनरावर्ती रूप से सिद्ध होती है अगर यह शुरू में संभव है और बंद-लूप राज्यों को असम्बद्ध रूप से होने की गारंटी है मूल में परिवर्तित हो रहा है।

सभी नियंत्रण डिजाइन उपयुक्त अनुकरण उदाहरणों के माध्यम से मान्य हैं। अंत में, कॉन इस थीसिस के निष्कर्ष और भविष्य के कुछ निर्देश अध्याय 5 में दिए गए हैं।

Contents

List of Figures

List of Abbreviations

AMPC: Adaptive Model Predictive Control

COCP: Constrained Optimal Control Problem

DHMPC: Decreasing Horizon Model Predictive Control

LTI: Linear Time Invariant

MM: Multi-Model

MPC: Model Predictive Control

mRPI: minimal Robust Positively Invariant

RPI: Robust Positively Invariant

RH: Receding Horizon

RHMPC: Receding Horizon Model Predictive Control

List of Symbols

$\mathbb{R}$	Real line
$\mathbb{R}^n$	Real space of dimension n
$\mathbb{R}^{n\times n}$	Real space of dimension $n \times n$
$\mathcal{C}$	Compact and convex set
$\mathcal{C}_0$	Compact and convex set containing origin
$\exists$	there exists
$\forall$	for all
$\subset$	subset
$\lVert \cdot \rVert$	Euclidean norm
$\lVert \cdot \rVert_\infty$	Infinity norm
$\lVert \cdot \rVert_F$	Frobenius norm
$\oplus$	Minkowski addition of sets
$\ominus$	Minkowski difference of sets
$I_{n\times n}$	Identity matrix of dimension of $n \times n$
$\mathbb{I}$	Positive integer line including zero
$\mathbb{I}_N$	Positive integer line including zero upto a finite integer value N
$\mathbb{I}^+$	Positive integer line
$\mathbb{I}_N^+$	Positive integer line upto a finite integer value N
$\prod$	Matrix multiplication
$\lVert x \rVert_P^2$	$x^T P x$, where $x \in \mathbb{R}^n$ and $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$
co$\{\cdots\}$	convex hull of argument points/vertices
$\mathcal{B}_r(M)$	$\mathcal{B}_r(M) = \{M' \vert \lVert M - M' \rVert_F \leqslant r\}$, where $r \in \mathbb{R}$ is the radius and $M \in \mathbb{R}^{n\times m}$ is the center
$diam(P)$	Diameter of a set P, defined as $diam(P) \triangleq max\{\lVert m - n \rVert_F : m, n \in \mathcal{P}\}$
$x_{k+i\vert k+j}$	Predicted value of x_k, for the $(k+i)^{th}$ instant from $(k+j)^{th}$, where $(i,j) \in \mathbb{I}, i \geqslant j$