MODELING AND STATISTICAL ANALYSIS OF AUTOMOTIVE RADAR NETWORKS USING LINE COX PROCESSES

MOHAMMAD TAHA SHAH

BHARTI SCHOOL OF TELECOMMUNICATIONS AND MANAGEMENT

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

JULY 2025

Modeling and Statistical Analysis of Automotive Radar Networks Using Line Cox Processes

A THESIS

SUBMITTED IN FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF

Doctor of Philosophy

by

Mohammad Taha Shah

to

Bharti School of Telecommunications and Management

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

July 2025

Dedicated to My Creator

THESIS CERTIFICATE

This is to certify that the thesis entitled **"Modeling and Statistical Analysis of Automotive Radar Networks Using Line Cox Processes"**, submitted by **Mohammad Taha Shah** to the Indian Institute of Technology Delhi, for the award of the degree of **Doctor of Philosophy**, is a record of the original, bona fide research work carried out by him under my supervision and guidance. The thesis has reached the standards fulfilling the requirements of the regulations related to the award of the degree. The results contained in this thesis have not been submitted in part or in full to any other University or Institute for the award of any degree or diploma to the best of our knowledge.

July 2025

Prof. Gourab Ghatak
Assistant Professor
Department of Electrical Engineering
Indian Institute of Technology Delhi
New Delhi, 110016

ACKNOWLEDGEMENTS

First and foremost, all praise and gratitude are due to my creator **Allah (S.W.T)**, the Most Gracious and Most Merciful, for granting me the strength, guidance, and perseverance to complete this journey. Without His blessings and unwavering support, this accomplishment would not have been possible.

I would like to express my deepest gratitude to my supervisor **Prof. Gourab Ghatak**, whose invaluable guidance, constructive feedback, and constant encouragement have been instrumental in shaping this thesis. Your expertise and dedication to fostering academic growth have been a source of immense inspiration throughout this process.

To my beloved parents **Imtiyaz Ahmad Shah** and **Rubeena Jabeen**, and my sister **Sidrah Imtiyaz**, words cannot adequately convey my appreciation for your unconditional love, sacrifices, and steadfast belief in me. Your unwavering support has been the foundation upon which I have built my aspirations, and I am eternally grateful for everything you have done for me.

A heartfelt thank you goes to my dear friend **Sabrina Khurshid**, whose companionship, encouragement, and shared moments of laughter helped lighten the challenges along the way. Your presence has been a constant reminder that no endeavor is too daunting when faced with true friendship.

Lastly, I acknowledge myself for embracing this challenge with determination, resilience, and hard work. This thesis reflects not only years of study but also personal growth, patience, and commitment—a testament to what can be achieved through perseverance.

I extend my sincerest thanks to everyone who has contributed directly or indirectly to this work. May this effort serve as a stepping stone toward greater achievements and continued learning.

Thank you!!

ABSTRACT

KEYWORDS: Stochastic Geometry, Line processes, Cox processes, Binomial line Cox process, Automotive Radar, Meta Distribution

The rapid evolution of wireless communication systems and automotive radar technologies has introduced new challenges in modeling, analyzing, and optimizing complex network environments. This thesis addresses these challenges by developing advanced spatial models based on stochastic geometry—specifically, the novel binomial line Cox process (BLCP) and the classical Poisson line Cox process (PLCP).

While the Poisson line process (PLP) and PLCP have been widely used to represent street networks and spatial distributions in wireless systems, their assumptions of homogeneity and stationarity limit their ability to model real-world urban and suburban environments. To overcome these limitations, this thesis introduces the binomial line process (BLP) and its associated Cox process BLCP, which capture non-stationarity by accounting for varying street densities, finite street lengths, and spatial heterogeneity. These models offer a more accurate representation of urban layouts, encompassing both dense city centers and sparsely distributed suburban regions.

Analytical expressions are derived for key spatial metrics of the BLP, including radial line length density, intersection density, and distance distributions. These metrics quantify how average street characteristics evolve with distance from the city center, revealing the modeling flexibility of the BLP. The analytical framework is applied to location-dependent performance evaluations, such as user connectivity in wireless networks and radar detection reliability in vehicular networks. To validate the theoretical modeling of the BLP, we capitalize on geospatial data obtained using the OSMnx tool, which facilitates the extraction and analysis of detailed urban street network data. By fitting the parameters of the BLP to real-world data, we demonstrate their ability to accurately capture the spatial characteristics of urban environments.

The BLCP serves as the novel way for modeling wireless networks in this work, capturing the non-homogeneous deployment of access point (AP)s along streets. By deriving the probability generating functional (PGFL) for the BLCP, the thesis analyzes transmission success probability and conducts location-based performance evaluations. Further analysis includes deriving the meta distribution (MD) of the signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR) and calculating conditional success moments to characterize behaviors like local delay and transmission density. These insights provide a foundation for designing robust wireless systems adapted to spatial heterogeneity.

In the domain of automotive radar networks, the thesis leverages the BLP and BLCP to evaluate radar detection probability under varying conditions of street density, vehicle density, and beamwidth. This analysis yields insights into the impact of street density, vehicular density, and beamwidth on radar detection probability, offering valuable guidance for automotive manufacturers and network operators aiming to optimize system designs under practical conditions. To enhance detection efficiency, the thesis proposes optimization frameworks based on MD and negative moment analysis. These frameworks enable fine-grained tuning of radar parameters such as transmission probability and beamwidth, maximizing system reliability. Specifically, by leveraging the first negative moment of the MD, we derive metrics related to the timing of the first successful detection. These metrics are then utilized to optimize the transmission probability, ensuring improved system efficiency and reliability

In summary, this thesis advances the state-of-the-art in stochastic geometry, specifically line Cox processes, by introducing the BLP and the BLCP as powerful tools for analyzing and optimizing heterogeneous network systems. Each chapter concludes with a system design insight that bridges theoretical and practical perspectives, offering readers—including network operators, urban planners, engineers, and policymakers—actionable takeaways to guide real-world implementation. It addresses the growing demands of modern urban landscapes, such as the need for ubiquitous high-speed communication networks, efficient utilization of street-level infrastructure, and the deployment of intelligent transportation systems to support connected and autonomous vehicles.

सारांश

वायरलेस संचार प्रणालियों और ऑटोमोटिव रडार प्रौद्योगिकियों के तेज़ी से विकास ने जटिल नेटवर्क परिवेशों के मॉडलिंग, विश्लेषण और अनुकूलन में नई चुनौतियाँ पेश की हैं। यह शोध प्रबंध स्टोकेस्टिक ज्यामिति पर आधारित उन्नत स्थानिक मॉडल विकसित करके इन चुनौतियों का समाधान करता है–विशेष रूप से, नवीन द्विपद रेखा कॉक्स प्रक्रिया (बीएलसीपी) और शास्त्रीय पॉइसन रेखा कॉक्स प्रक्रिया (पीएलसीपी)।

हालाँकि पॉइसन रेखा प्रक्रिया (पीएलपी) और पीएलसीपी का उपयोग वायरलेस प्रणालियों में सड़क नेटवर्क और स्थानिक वितरण को दर्शाने के लिए व्यापक रूप से किया गया है, उनकी समरूपता और स्थिरता की मान्यताएँ वास्तविक दुनिया के शहरी और उपनगरीय परिवेशों को मॉडल करने की उनकी क्षमता को सीमित करती हैं। इन सीमाओं को दूर करने के लिए, यह शोध प्रबंध द्विपद रेखा प्रक्रिया (बीएलपी) और उससे जुड़ी कॉक्स प्रक्रिया बीएलसीपी का परिचय देता है, जो अलग-अलग सड़क घनत्वों, सीमित सड़क लंबाई और स्थानिक विषमता को ध्यान में रखकर गैर-स्थिरता को दर्शाती है। ये मॉडल शहरी लेआउट का अधिक सटीक प्रतिनिधित्व प्रदान करते हैं, जिसमें घने शहरी केंद्र और विरल रूप से वितरित उपनगरीय क्षेत्र दोनों शामिल हैं।

बीएलपी के प्रमुख स्थानिक मेट्रिक्स के लिए विश्लेषणात्मक अभिव्यक्तियाँ व्युत्पन्न की गई हैं, जिनमें रेडियल लाइन लंबाई घनत्व, प्रतिच्छेदन घनत्व और दूरी वितरण शामिल हैं। ये मेट्रिक्स शहर के केंद्र से दूरी के साथ औसत सड़क विशेषताओं के विकास को मापते हैं, जिससे बीएलपी के मॉडलिंग लचीलेपन का पता चलता है। विश्लेषणात्मक ढाँचे का उपयोग स्थान-निर्भर प्रदर्शन मूल्यांकनों, जैसे वायरलेस नेटवर्क में उपयोगकर्ता कनेक्टिविटी और वाहन नेटवर्क में रडार डिटेक्शन विश्वसनीयता, पर किया जाता है। बीएलपी के सैद्धांतिक मॉडलिंग को मान्य करने के लिए, हम OSMnx टूल का उपयोग करके प्राप्त भू-स्थानिक डेटा का उपयोग करते हैं, जो विस्तृत शहरी सड़क नेटवर्क डेटा के निष्कर्षण और विश्लेषण को सुगम बनाता है। बीएलपी के मापदंडों को वास्तविक दुनिया के डेटा में फिट करके, हम शहरी वातावरण की स्थानिक विशेषताओं को सटीक रूप से पकड़ने की उनकी क्षमता प्रदर्शित करते हैं।

बीएलसीपी इस कार्य में वायरलेस नेटवर्क के मॉडलिंग के लिए एक नए तरीके के रूप में कार्य करता है, जो सड़कों पर एक्सेस पॉइंट (एपी) के गैर-सजातीय परिनियोजन को पकड़ता है। बीएलसीपी के लिए संभाव्यता जनन क्रियात्मक (पीजीएफएल) व्युत्पन्न करके, यह शोध प्रबंध संचरण सफलता की संभावना का विश्लेषण करता है और स्थान-आधारित प्रदर्शन मूल्यांकन करता है। आगे के विश्लेषण में सिग्नल-टू-इंटरफेरेंस-प्लस-नॉइज़ रेशियो (SINR) का मेटा वितरण (MD) प्राप्त करना और स्थानीय विलंब और संचरण घनत्व जैसे व्यवहारों को चिह्नित करने के लिए सशर्त सफलता क्षणों की गणना करना शामिल है। ये जानकारियाँ स्थानिक विषमता के अनुकूल मज़बूत वायरलेस सिस्टम डिज़ाइन करने के लिए एक आधार प्रदान करती हैं।

ऑटोमोटिव रडार नेटवर्क के क्षेत्र में, यह शोध-प्रबंध सड़क घनत्व, वाहन घनत्व और बीम-चौड़ाई जैसी विभिन्न स्थितियों में रडार पहचान संभावना का मूल्यांकन करने के लिए BLP और BLCP का उपयोग करता है। यह विश्लेषण सड़क घनत्व, वाहन घनत्व और बीम-चौड़ाई के रडार पहचान संभावना पर प्रभाव के बारे में अंतर्दृष्टि प्रदान करता है, जो व्यावहारिक परिस्थितियों में सिस्टम डिज़ाइनों को अनुकूलित करने के इच्छुक ऑटोमोटिव निर्माताओं और नेटवर्क ऑपरेटरों के लिए मूल्यवान मार्गदर्शन प्रदान करता है। पहचान दक्षता बढ़ाने के लिए, यह शोध-प्रबंध MD और नकारात्मक क्षण विश्लेषण पर आधारित अनुकूलन ढाँचों का प्रस्ताव करता है। ये ढाँचे रडार

मापदंडों जैसे संचरण संभावना और बीम-चौड़ाई को सूक्ष्म रूप से समायोजित करने में सक्षम बनाते हैं, जिससे सिस्टम विश्वसनीयता अधिकतम होती है। विशेष रूप से, MD के पहले नकारात्मक क्षण का लाभ उठाकर, हम पहले सफल पहचान के समय से संबंधित मीट्रिक प्राप्त करते हैं। इन मेट्रिक्स का उपयोग ट्रांसमिशन संभावना को अनुकूलित करने के लिए किया जाता है, जिससे बेहतर सिस्टम दक्षता और विश्वसनीयता सुनिश्चित होती है।

संक्षेप में, यह शोध प्रबंध स्टोकेस्टिक ज्यामिति, विशेष रूप से लाइन कॉक्स प्रक्रियाओं में अत्याधुनिक तकनीक को आगे बढ़ाता है, जिसमें विषम नेटवर्क प्रणालियों के विश्लेषण और अनुकूलन के लिए शक्तिशाली उपकरण के रूप में बीएलपी और बीएलसीपी का परिचय दिया गया है। प्रत्येक अध्याय एक सिस्टम डिज़ाइन अंतर्दृष्टि के साथ समाप्त होता है जो सैद्धांतिक और व्यावहारिक दृष्टिकोणों को जोड़ता है, पाठकों को–जिनमें नेटवर्क ऑपरेटर, शहरी योजनाकार, इंजीनियर और नीति निर्माता शामिल हैं–वास्तविक दुनिया में कार्यान्वयन का मार्गदर्शन करने के लिए कार्रवाई योग्य जानकारी प्रदान करता है। यह आधुनिक शहरी परिदृश्यों की बढ़ती माँगों को संबोधित करता है, जैसे सर्वव्यापी उच्च गति संचार नेटवर्क की आवश्यकता, सड़क-स्तरीय बुनियादी ढाँचे का कुशल उपयोग, और कनेक्टेड और स्वायत्त वाहनों का समर्थन करने के लिए बुद्धिमान परिवहन प्रणालियों की तैनाती।

Contents

List of Figures

List of Tables

ABBREVIATIONS

AP	access point
CCDF	complementary cumulative density function
CDF	cumulative density function
PDF	probability density function
PPP	Poisson point process
BS	base station
LOS	line of sight
SINR	signal-to-interference-plus-noise ratio
SIR	signal-to-interference ratio
SNR	signal-to-noise ratio
LOS	line-of-sight
NLOS	non line-of-sight
PGFL	probability generating functional
PLCP	Poisson line Cox process
MBS	macro base station
PLT	Poisson line tessellation
PVT	Poisson-Voronoi tessellation
PDT	Poisson-Delaunay tessellation
SBS	small cell base station
RAT	radio access technique
RCS	radar cross section
5G	fifth generation
PLP	Poisson line process
UE	user equipment
BPP	binomial point process
BLP	binomial line process
BLCP	binomial line Cox process

RSU	road-side unit
SG	stochastic geometry
MD	meta distribution
SF	signal fraction
PCP	Poisson cluster process
CSP	conditional success probability
QoS	Quality of Service
FMCW	frequency modulated continuous wave
V2X	vehicle-to-everything
MAC	medium access control
TDMA	time division multiple access
MHCP	Matern hardcore point process
ISAC	integrated sensing and communication
ADAS	advanced driver assistance systems