AN EFFICIENT LAYERWISE MULTI-PHYSICS SPECTRAL ELEMENT MODEL FOR GUIDED WAVES IN SMART STRIPS WITH DELAMINATIONS

MAYANK JAIN

DEPARTMENT OF APPLIED MECHANICS

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

JULY 2024

AN EFFICIENT LAYERWISE MULTI-PHYSICS SPECTRAL ELEMENT MODEL FOR GUIDED WAVES IN SMART STRIPS WITH DELAMINATIONS

by

MAYANK JAIN

Department of Applied Mechanics

Submitted

in fulfillment of the requirements of the degree of Doctor of Philosophy

to the

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

JULY, 2024

Dedicated to
my mother

Certificate

This is to certify that the thesis entitled "**An Efficient Layerwise Multi-Physics Spectral Element Model for Guided Waves in Smart Strips with Delaminations**" being submitted by **Mr. Mayank Jain** to the Indian Institute of Technology Delhi, for the award of the degree of Doctor of Philosophy in Applied Mechanics is a record of original bonafide research work carried out by him under our supervision and guidance. The thesis work, in our opinion, has reached the requisite standard fulfilling the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.

The results contained in this thesis have not been submitted in part or full to any other University or Institute for the award of any degree or diploma.

Prof. S. Pradyumna
Department of Applied Mechanics
Indian Institute of Technology Delhi
New Delhi 110016

Prof. Santosh Kapuria
Department of Applied Mechanics
Indian Institute of Technology Delhi
New Delhi 110016

Acknowledgements

"Gratitude is the completion of thankfulness"

First of all, I would like to express my deep and sincere gratitude to my esteemed supervisor Prof. Santosh Kapuria for dedicating his time, sharing insightful ideas, and consistently providing his guidance and support by working hard parallely throughout my research. I would also like to thank my co-supervisor, Prof. S. Pradyumna for his support and encouragement during this work. My heartfelt gratitude extends to the chairman and members of SRC, Prof. B.P. Patel, Prof. Vasant A. Matsagar and Prof. Sushma Santapuri for their support, encouragement and valuable suggestions.

I wish to express my appreciation to the members of my research group, Dr. Dhanesh N., Dr. Amit Kumar, Dr. Adnan Ahmed, Dr. Bhabagrahi N. Sharma, Mr. Suraj Kumar Rout, Mr. Souvik Jana, Ms. Hela Ambati, Mr. Umang Kapoor, Mr. Prashant Gaurav, Mr. Upola Yadagiri, and Mr. Prakalp Tripathi, for their significant contributions throughout my work. A very special thanks to Dr. Adnan Ahmed for his invaluable assistance during the entire period of my research journey. I would also like to thank all the staff of the Department of Applied Mechanics.

I thank my seniors, colleagues and friends Dr. Bishweshwar Babu, Dr. Mohit, Dr. Sriram, Dr. Murtuza, Dr. Amit, Dr. Bashir, Dr. Mohd. Hasan, Dr. Sajan, Dr. Ankita, Rishabh, Sumit, Satyendra, Awantika, Ayush, Nikesh, Saurabh, Devansh, Aquib for their wonderful company and help during this work. More than just colleagues, some people who were with me in my challenging times and should be thanked immensely are Dr. Anurag, Dr. Adnan, Dr. Yadwinder, Dr. Gargi, Suraj, Souvik, Hela, Harshit, Bhaskar, and Chetan.

Above all, I owe a debt of gratitude to my family for their boundless love and selfless sacrifices. Without their unwavering support, this achievement would never have been possible.

Mayank Jain

Abstract

Fibre-reinforced composite laminates are increasingly used in high performance structures such as aircraft, automobiles, spacecraft, propellers, spaceships, wind turbine blades, bridges, sports and medical equipments. However, their significant anisotropic and inhomogeneous characteristics make them prone to a rather serious mode of invisible sub-surface damage, namely delamination at ply interfaces. Thus, a structural health monitoring (SHM) strategy becomes imperative for ensuring the integrity and reliability of such laminated composite structures. Lamb waves are often used for both off-line non-destructive evaluation (NDE) and online SHM for identifying the sub-surface defects in thin-walled structures. Piezoelectric wafer active sensors (PWAS) transducer patches, surface-bonded or embedded in the laminate, provide a very low cost and convenient option for actuation and sensing of high-frequency guided waves. Both model-assisted and physics-informed data-driven strategies for SHM require solving the inverse problem involving solutions of a large number of forward wave propagation problems. Thus, there is a need to develop computational models that can predict guided wave propagation in smart laminated structures accurately and at the same time efficiently.

In this thesis, a novel computationally efficient multiphysics time-domain spectral element (TDSE) model is presented for simulating Lamb waves in smart composite strips (beams and panels) integrated with surface-bonded or embedded patch or full layers of PWAS transducers, featuring delaminations in the host laminate. The delaminations are modelled using the region approach based on the free mode assumption. A new C^1-continuous spectral interpolation using the Gauss–Lobatto–Legendre basis is proposed, which is shown to eliminate the Runge phenomenon observed in the conventional higher-order Hermite interpolation. This interpolation function is used in an efficient layerwise zigzag theory (ZIGT) for kinematics, which combines with a piecewise quadratic variation for the electric potential field to develop an electromechanically coupled formulation for modelling intact host laminate, patch transducer-bonded laminates, and sub-laminates between adjacent delamination. The normal deformation

caused by the electric field is incorporated in the deflection without introducing additional displacement variables beyond the smeared third-order theory (TOT). The high-order multifield TDSE based on this coupled ZIGT has n physical nodes containing mechanical and electric degrees of freedom (DOFs) and a separate virtual electric node for modelling the transducers' equipotential surfaces with significantly reduced DOFs. The recently proposed hybrid point-least squares continuity (HPLSC) method is adapted for the spectral strip element to satisfy the continuity of the nonlinear in-plane displacement field across the laminate thickness at the delamination fronts. These conditions are imposed using a transformation matrix that relates the nodal DOFs of the sub-laminate at the delamination front to those of the intact laminate. In addition, the segment integrated with PWAS is connected to the host segment via the patch fronts at which the continuity is maintained using the same advanced HPLSC model. The methodology offers a general framework for modelling multiple delaminations and surface-bonded or embedded transducer patches at arbitrary interfacial or longitudinal locations. The coupled semi-discrete governing equations of motion for the piezolaminated system are derived using the Hamilton's principle.

The developed spectral element is validated and critically assessed on the basis of accuracy, efficiency, and convergence through a comprehensive numerical study for static, free vibration, and wave propagation analyses of elastic and piezoelectric smart composite strips, with and without delaminations. The Lamb wave propagation examples are selected so as to represent actual SHM applications. The present results are validated using experiments on the actuation and sensing of guided waves and compared to the previously published data, analytical ZIGT solutions, continuum-based finite element solutions from ABAQUS, and different laminate theory-based solutions. It is shown that the present element yields excellent accuracy with much faster convergence, higher computational efficiency and many-fold reduction in computational time than its conventional finite element counterpart for narrowband high frequency guided wave propagation problems in both undamaged and damaged strips. The role of the slope discontinuities in the in-plane displacement approximation is delineated by comparing it with the smeared TOT-based SE solution with the same number of DOFs. The effect of imposing continuity at the patch fronts is investigated for free vibration and wave propagation responses of the smart strips. The developed model is used to study the interaction of Lamb waves with notch-type damages. Finally, the effect of delamination on sensor signal due to Lamb wave propagation in smart composite strips is also studied to explore the identification of interfacial location and sizing of delamination damage. This development will directly benefit the model-based and physics-informed data-driven SHM of composite structures.

सारांश

फाइबर-प्रबलित कम्पोजिट लैमिनेट्स का उपयोग विमान, ऑटोमोबाइल, अंतरिक्ष यान, प्रोपेलर, पवन टरबाइन ब्लेड, पुल, खेल और चिकित्सा उपकरणों जैसे उच्च प्रदर्शन संरचनाओं में तेजी से किया जा रहा है। हालाँकि, उनकी महत्वपूर्ण विषमदैशिक और विषमरूपी विशेषताएँ उन्हें अदृश्य उप-सतह क्षति, अर्थात् प्लाई इंटरफेस पर डीलेमिनेशन, के लिए एक गंभीर तरीके से ग्रस्त बनाती हैं। इस प्रकार, ऐसी लेमिनेटेड समग्र संरचनाओं की अखंडता और विश्वसनीयता सुनिश्चित करने के लिए एक संरचनात्मक स्वास्थ्य निगरानी (एसएचएम) रणनीति अनिवार्य हो जाती है। पतली दीवार वाली संरचनाओं में उप-सतह क्षति की पहचान करने के लिए लैम्ब तरंगों का उपयोग अक्सर ऑफ़-लाइन गैर-विनाशकारी मूल्यांकन (एनडीई) और ऑनलाइन एसएचएम दोनों के लिए किया जाता है। पीज़ोइलेक्ट्रिक वेफर सक्रिय सेंसर (पीडब्ल्यूएएस) ट्रांसड्यूसर पैच, सतह से जुड़े या लेमिनेट में एम्बेडेड, उच्च आवृत्ति निर्देशित तरंगों के क्रियान्वयन और संवेदन के लिए बहुत कम लागत और सुविधाजनक विकल्प प्रदान करते हैं। एसएचएम के लिए दोनों रणनीतियो, मॉडल-सहायता प्राप्त और भौतिकी-सूचित डेटा-संचालित, को इनवर्स प्रॉब्लम को हल करने की आवश्यकता होती है जिसमें बड़ी संख्या में फॉरवर्ड तरंग प्रसार समस्याओं का समाधान शामिल होता है। इस प्रकार, कम्प्यूटेशनल मॉडल विकसित करने की आवश्यकता है जो स्मार्ट लेमिनेटेड संरचनाओं में निर्देशित तरंग प्रसार की सटीक और साथ ही कुशलतापूर्वक भविष्यवाणी कर सके।

इस थीसिस में, सतह से जुड़े या लेमिनेट में एम्बेडेड पैच या पीडब्ल्यूएएस ट्रांसड्यूसर की पूरी परतों के साथ एकीकृत स्मार्ट कम्पोजिट स्ट्रिप्स (बीम और पैनल), जिसमे डीलेमिनेशन होस्ट लैमिनेट में शामिल है, में लैम्ब तरंगों को अनुकरण करने के लिए एक नव कम्प्यूटेशनल रूप से कुशल मल्टीफिज़िक्स टाइम-डोमेन स्पेक्ट्रल एलिमेंट (टीडीएसई) मॉडल प्रस्तुत किया गया है। मुक्त मोड धारणा के आधार पर क्षेत्र दृष्टिकोण का उपयोग करके डीलेमिनेशन को मॉडल किया गया है। गॉस--लोबेटो--लेजेंडरे के आधार पर एक नया C^1-निरंतर स्पेक्ट्रल अंतरवेषण प्रस्तावित है, जो पारंपरिक उच्च-क्रम हर्माइट अंतरवेषण में देखी गई रंगे घटना को दूर करने के लिए दिखाया गया है। इस अंतरवेषण फलन का उपयोग किनेमेटिक्स के लिए एक कुशल लेयरवाइज़ ज़िगज़ैग सिद्धांत (ज़िगटी) में किया जाता है, जो विद्युत संभावित क्षेत्र के लिए एक खंड अनुसार द्विघात भिन्नता के साथ मिलकर अक्षुण्ण होस्ट लैमिनेट, पैच ट्रांसड्यूसर-बोंडेड लैमिनेट्स और आसन्न डीलेमिनेशन के बीच सब-लेमिनेट्स के मॉडलिंग के लिए एक इलेक्ट्रोमैकेनिकल रूप से युग्मित सूत्रीकरण विकसित करता है। विद्युत क्षेत्र के कारण होने वाली नार्मल विकृति को स्मियर्ड थर्ड-ऑर्डर सिद्धांत (टीओटी) से परे अतिरिक्त विस्थापन चर पेश किए बिना विचलन में शामिल किया गया है। इस युग्मित ज़िगटी पर आधारित उच्च-क्रम बहु-क्षेत्र टीडीएसई में n भौतिक नोड्स हैं जिनमें मैकेनिकल और इलेक्ट्रिक डिग्री ऑफ फ्रीडम (डीओएफ) शामिल हैं और ट्रांसड्यूसर की समविभव सतहों को काफी कम डीओएफ के

साथ मॉडलिंग करने के लिए एक अलग वर्चुअल इलेक्ट्रिक नोड है। हाल ही में प्रस्तावित हाइब्रिड पॉइंट-लीस्ट स्क्वायर कॉन्टिनुइटी (एचपीएलएससी) विधि को स्पेक्ट्रल स्ट्रिप एलिमेंट के लिए अनुकूलित किया गया है ताकि डीलेमिनेशन प्रतिच्छेदन पर लेमिनेट की मोटाई में अरेखीय इन-प्लेन विस्थापन क्षेत्र की निरंतरता को संतुष्ट किया जा सके। इन शर्तों को एक परिवर्तन मैट्रिक्स का उपयोग करके लगाया जाता है जो डीलेमिनेशन के प्रतिच्छेदन पर सब-लेमिनेट के नोडल डीओएफ को अक्षुण्ण लैमिनेट के नोडल डीओएफ से संबंधित करता है। इसके अलावा, पीडब्ल्यूएएस के साथ एकीकृत खंड पैच प्रतिच्छेदन के माध्यम से होस्ट खंड से जुड़ा हुआ है, जिस पर समान उन्नत एचपीएलएससी मॉडल का उपयोग करके निरंतरता बनाए रखी जाती है। यह पद्धति किसी भी इंटरफेसियल या अक्षीय स्थानों पर एकाधिक डीलेमिनेशन और सतह से जुड़े या लेमिनेट में एम्बेडेड ट्रांसड्यूसर पैच के मॉडलिंग के लिए एक सामान्य रूपरेखा प्रदान करती है। पीज़ोलैमिनेटेड प्रणाली के लिए गति के युग्मित अर्ध-असतत संचालक समीकरण हैमिल्टन के सिद्धांत का उपयोग करके प्राप्त किए गए हैं।

विकसित स्पेक्ट्रल एलिमेंट को स्थैतिक, मुक्त कंपन और तरंग प्रसार विश्लेषण के लिए एक व्यापक संख्यात्मक अध्ययन के माध्यम से सटीकता, दक्षता और अभिसरण के आधार पर प्रत्यास्थ और पीजोइलेक्ट्रिक स्मार्ट कम्पोजिट स्ट्रिप्स (साथ और बिना डीलेमिनेशन) को मान्य और गंभीर रूप से मूल्यांकन किया गया है। वास्तविक एसएचएम अनुप्रयोगों का प्रतिनिधित्व करने के लिए लैम्ब तरंग प्रसार उदाहरणों का चयन किया गया है। वर्तमान परिणामों को निर्देशित तरंगों के सक्रियण और संवेदन पर प्रयोगों का उपयोग करके मान्य किया गया है और पहले प्रकाशित डेटा, विश्लेषणात्मक ज़िगटी समाधान, ABAQUS से सातत्य-आधारित फाइनाइट एलिमेंट समाधान और विभिन्न लेमिनेट सिद्धांत-आधारित समाधानों से तुलना की गयी है। यह दिखाया गया है कि वर्तमान एलिमेंट अक्षतिग्रस्त और क्षतिग्रस्त दोनों स्ट्रिप्स में नैरोबैंड उच्च आवृत्ति निर्देशित तरंग प्रसार समस्याओं के लिए अपने समकक्ष पारंपरिक फाइनाइट एलिमेंट की तुलना में बहुत तेज अभिसरण, उच्च कम्प्यूटेशनल दक्षता और कम्प्यूटेशनल समय में कई गुना कमी के साथ उत्कृष्ट सटीकता प्रदान करता है। इन-प्लेन विस्थापन सन्निकटन में ढलान अनिरंतरता की भूमिका को डीओएफ की समान संख्या में स्मियर्ड टीओटी-आधारित एसई समाधान के साथ तुलना करके वर्णन किया गया है। स्मार्ट स्ट्रिप्स के मुक्त कंपन और तरंग प्रसार प्रतिक्रियाओं के लिए पैच प्रतिच्छेदन पर निरंतरता लागू करने के प्रभाव की जांच की जाती है। विकसित मॉडल का उपयोग नॉच-प्रकार की क्षति के साथ लैम्ब तरंगों की परस्पर क्रिया का अध्ययन करने के लिए किया गया है। अंत में, डीलेमिनेशन के इंटरफेशियल स्थान की पहचान और उसके आकार का पता लगाने के लिए स्मार्ट कम्पोजिट स्ट्रिप्स में लैंब तरंग प्रसार के कारण सेंसर सिग्नल पर डीलेमिनेशन के प्रभाव का भी अध्ययन किया गया है। इस विकास से समग्र संरचनाओं के मॉडल-आधारित और भौतिकी-सूचित डेटा-संचालित एसएचएम को सीधे लाभ होगा।

Contents

List of Figures

List of Tables

List of Abbreviations

CLT = Classical lamination theory
DEM = Direct explicit method
EBT = Euler-Bernoulli theory
ELT = Efficient layerwise theory
ESLT = Equivalent single layer theory
FDSEM = Frequency-domain spectral element method
FML = Fibre-metal laminate
FSDT = First-order shear deformable theory
GLL = Gauss–Lobatto–Legendre
GRM = Guyan reduction method
GW = Guided wave
HOT = Higher-order theory
HPLSC = Hybrid pointleast squares continuity
LWT = Layerwise theory
LS = Least-square
NDE = Non-destructive evaluation
PA = Peak amplitude
PC = Point-continuity
PFRC = Piezoelectric fibre reinforced composite
PZT = Lead zirconate titanate
PUFEM = Partition of unity finite element method
PWAS = Piezoelectric wafer active sensors
RMSD = Root mean square difference
SAFE = Semi-analytical finite element
SHM = Structural health monitoring
SSSD = Signal sum of squares differences
TDSE = Time-domain Spectral element
ToA = Time of arrival
TOT = Third-order shear deformable theory
WFEM = Wave finite element method
ZIGT = Zigzag theory