DATA ENVELOPMENT ANALYSIS MODELS FOR EFFICIENCY EVALUATION AND PRODUCTIVITY ASSESSMENT IN THE BACKDROP OF DISPARATE DATA AND STRUCTURES

POOJA BANSAL

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

APRIL 2021

DATA ENVELOPMENT ANALYSIS MODELS FOR EFFICIENCY EVALUATION AND PRODUCTIVITY ASSESSMENT IN THE BACKDROP OF DISPARATE DATA AND STRUCTURES

by

Pooja Bansal

Department of Mathematics

Submitted
in fulfillment of the requirements of the degree of Doctor of Philosophy
to the

Indian Institute of Technology Delhi
APRIL 2021

Dedicated To

My Family

Certificate

This is to certify that the thesis entitled **Data Envelopment Analysis Models For Efficiency Evaluation and Productivity Assessment in the Backdrop of Disparate Data and Structures** submitted by **Ms. Pooja Bansal** to the Indian Institute of Technology Delhi, for the award of the Degree of **Doctor of Philosophy**, is a record of the original bonafide research work carried out by her under my supervision and guidance. The thesis has reached the standards fulfilling the requirements of the regulations relating to the degree. The results contained in this thesis have not been submitted in part or full to any other university or institute for the award of any degree or diploma.

New Delhi
April 2021

Dr. Aparna Mehra
Professor
Department of Mathematics
Indian Institute of Technology Delhi
New Delhi-110 016

Acknowledgements

First and foremost, I would like to express my deepest gratitude to my supervisor Prof. Aparna Mehra for the continuous support of my Ph.D. study and research, for her patience, motivation, enthusiasm, and immense knowledge. Her guidance helped me in all the time of research and writing of this thesis.

I express my sincere thanks to Prof. Sunil Kumar, South Asian University, for his collaborative research. I am immensely grateful to him for all his efforts in ascertaining the prosperity of the research project.

I am incredibly grateful to Prof. Kiran Seth, Mechanical Engineering Department, IIT Delhi, who has been a source of encouragement in one way or another. I shall always cherish his help and advice. I will forever be thankful to Prof. Navpreet Singh Noorie, Punjabi University, Patiala, who has helped provide advice many times in my career. He was and remained my best role model for a mentor and teacher.

I am greatly indebted to my SRC (Student Research Committee) members: Prof. R. K. Sharma, Prof. S. Dharmaraja, and Prof. S. P. Singh, for their valuable comments and suggestions that helped me understand where I lacked or what more I could do to alleviate things further. I sincerely thank all the faculty members and administrative staff of the Department of Mathematics, IIT Delhi, for their help and support. I also thank IIT Delhi authorities, security personnel, and the cafeteria for elongating the necessary facilities and comforts during the work. I am grateful to the Council of Scientific & Industrial Research (CSIR) for providing me the financial assistance for my Ph.D. work.

It is beyond the scope of acknowledging what I have received from my parents. I am always indebted and express my heartfelt gratitude for their co-operation, patience, and a keen interest in my progress during my Ph.D. I am highly obliged to my parents Sh. Jatinder Parkash Bansal and Smt. Raj Rani Bansal for all their hard work to provide a stable substratum for my life and future. I wish to acknowledge the support of my sisters, brother, and brothers-in-law, Meenakshi, Nishu, Himanshu, Ajay, and Puneet. I cannot even imagine this particular journey or my life without their support, motivation, occasional scoldings, and love. I owe my thanks to my husband, Mr. Kulwant Singh, for always being by my side. Without his encouragement, endless patience, and understanding, it would have been impossible for me to complete this work. I am thankful to my son, Aayansh, for being a great source of love and relief from scholarly endeavors. My sincere regard goes to my father in law, and mother in law for their love and moral support.

It will be incomplete if I don't thank my friends, who supported and cheered me throughout this journey. Roshanara, Ravinder, Srashti Dwivedi, Nidhika Yadav, Suchismita Patra, Shaily Verma, Nitu Sharma, *Ankita Shukla, Ruchika Sehgal, and to those whom I might have missed here, thanks again. Above all, I thank the Almighty God for his grace and blessings, which made me reach this place and gave me the strength to complete my work.*

Pooja Bansal

April 2021 *Pooja Bansal*

Abstract

While studying the efficiency analysis, the first question that strikes one's mind is why we need to bother about units' relative efficiency. The answer to this question lies in the fact that the efficiency assessment is vital and invigorating. In today's competitive world, efficiency evaluation contributes to procuring the target, performance improvement, and promoting desired abilities. The breakthrough research study by Charnes, Cooper, and Rhodes in 1978, which presented the application of linear programming to approximate the production technology frontier, has been the gist for the introduction of Data Envelopment Analysis (DEA) as a tool for measuring efficiency and productivity of decision-making units (DMUs). DEA's worth lies in its accomplishment to relatively measuring the efficiency of a DMU within a target group of interest that operates in specific application realms, both public and private sectors, such as the banking industry, health care industry, education sector, and supply chain management, etc. There has been exponential growth in the number of publications related to DEA theory and applications in recent years. A desire for enhancing DEA by reducing its disadvantages or strengthening its advantages has been a significant cause of many recent literature discoveries.

This thesis aims to fabricate novel theoretical DEA models to bargain with a few limitations on data in different DEA frameworks. The arrangement is carried forward in two dimensions: efficiency assessment and productivity change measurement.

We design a multi-period DEA model considering desirable and undesirable input-output features with negative and non-negative data values. The proposed model possesses the requisite features of translation invariance and unit independence, obligatory when dealing with the negative data set. Furthermore, in the same work, we introduced a super-efficiency model in a multi-period DEA framework to further discriminate the performance of efficient DMUs.

In many real-life circumstances, the input and output data features may expect only integer values. In certain situations, rounding of the efficiency measurement to the closest whole number could be deluding. We utilize the directional distance function (DDF) approach for tackling DEA problems with positive and non-positive integer and continuous data. To count the impact of carryovers connecting consecutive periods, we introduce an integer dynamic DEA model to measure units' efficiency and super-efficiency over a specific period. We design the direction vectors so that the issue of infeasibility often encountered in super-efficiency DEA models is resolved entirely.

In another research study in this thesis, a new integrated dynamic interval DEA model is proposed to perform the efficiency analysis of DMUs to accommodate interval-valued and integer-valued features that can take negative values. The proposed one-step model follows the DDF approach to determine the efficiency of DMUs involving the carryovers between the consecutive periods. We use the pessimistic and optimistic standpoints to estimate the respective lower and upper bounds of the interval efficiency scores of the DMUs.

Besides modeling for efficiency assessment of DMUs, this thesis introduces a framework to measure productivity change in the DMUs in the presence of negative data over two consecutive periods. In our findings, we detect the infeasibility of the DDF based DEA model of Malmquist-Luenberger productivity index (MLPI) under the variable returns to scale (VRS) technology when the data takes on negative values. We address this issue and formulate a new DDF based DEA model to compute an improved MLPI. This research work's gist lies in consolidating carryover variables connecting successive periods and intermediate products relating divisions simultaneously. More specifically, we work with the dynamic network DEA framework to introduce the dynamic MLPI and dynamic sequential MLPI (DSMLPI) to capture the shifts in the efficient frontiers induced by random shocks or innovations in technology over the period. Furthermore, we introduce an interval DEA model to measure the productivity change of DMUs applying the SMLPI approach. Moreover, to capture the environmentally sensitive productivity growth of DMUs operating under heterogeneous production technologies, we develop a dynamic metafrontier MLPI (DMMLPI). The DMMLPI offers a tripartite decomposition of the productivity change index into three distinct drivers: efficiency change (EC), best-practice change (BPC), and technology gap change (TGC).

The core of the thesis lies in its acquaintance of theoretical models to deal with certain restrictions on data in different DEA frameworks. The methodologies introduced and developed in this thesis are applied to the real data sets of various sectors like the Indian banking sector, airlines, Indian institutes of technologies Institutes, and economic data of the some countries.

सार

दक्षता विश्लेषण का अध्ययन करते समय, पहला सवाल जो किसी के दिमाग पर हमला करता है, हमें इकाइयों की सापेक्ष दक्षता के बारे में परेशान होने की आवश्यकता क्यों है। इस सवाल का जवाब इस तथ्य में निहित है कि दक्षता मूल्यांकन महत्वपूर्ण और स्फूर्तिदायक है। आज की प्रतिस्पर्धी दुनिया में, दक्षता मूल्यांकन लक्ष्य की खरीद, प्रदर्शन में सुधार और वांछित क्षमताओं को बढ़ावा देने में योगदान देता है। 1978 में चर्न्स, कूपर और रोड्स द्वारा किया गया सफलता शोध अध्ययन, जिसने उत्पादन तकनीक की सीमा को अनुमानित करने के लिए लीनियर प्रोग्रामिंग के अनुप्रयोग को प्रस्तुत किया, जो डेटा एनवलपमेंट एनालिसिस (DEA) को निर्णय लेने वाली इकाइयों (DMUs) की दक्षता और उत्पादकता को मापने के लिए एक उपकरण के रूप में प्रस्तुत करने के लिए किया गया है। DEA का मूल्य ब्याज की एक लक्षित समूह के भीतर एक DMU की दक्षता को मापने के लिए उसकी उपलब्धि में निहित है, जो विशिष्ट अनुप्रयोग क्षेत्र में, सार्वजनिक और निजी दोनों क्षेत्रों में संचालित होता है, जैसे कि बैंकिंग उद्योग, स्वास्थ्य देखभाल उद्योग, शिक्षा क्षेत्र और आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन, आदि। हाल के वर्षों में DEA सिद्धांत और अनुप्रयोगों से संबंधित प्रकाशनों की संख्या में घातीय वृद्धि हुई है। इसके नुकसान को कम करके या इसके फायदे को मजबूत करके DEA बढ़ाने की इच्छा हाल ही की कई साहित्य खोजों का महत्वपूर्ण कारण रही है।

इस थीसिस का उद्देश्य विभिन्न DEA ढांचे में डेटा पर कुछ सीमाओं के साथ उपन्यास सैद्धांतिक DEA मॉडल तैयार करना है। व्यवस्था को दो आयामों में आगे बढ़ाया जाता है: दक्षता मूल्यांकन और उत्पादकता परिवर्तन माप।

हम नकारात्मक और गैर–नकारात्मक डेटा मानों के साथ वांछनीय और अवांछनीय इनपुट–आउटपुट सुविधाओं पर विचार करते हुए एक बहु–अवधि DEA मॉडल डिज़ाइन करते हैं। प्रस्तावित मॉडल में अपेक्षित विशेषताएं हैं, अनुवाद निश्चरता और इकाई स्वतंत्रता, जो नकारात्मक डेटा सेट के साथ काम करने के लिए अनिवार्य है। इसके अलावा, एक ही काम में, हमने कुशल DMU के प्रदर्शन में भेदभाव करने के लिए एक बहु–अवधि DEA ढांचे में एक सुपर–दक्षता मॉडल पेश किया।

कई वास्तविक जीवन की परिस्थितियों में, इनपुट और आउटपुट डेटा सुविधाएँ केवल पूर्णांक मानों की अपेक्षा कर सकती हैं। कुछ स्थितियों में, निकटतम पूर्ण संख्या के लिए दक्षता माप की गोलाई बहक सकती है। हम सकारात्मक और गैर–सकारात्मक पूर्णांक और निरंतर डेटा के साथ DEA समस्याओं से निपटने के लिए दिशात्मक दूरी फ़ंक्शन (DDF) दृष्टिकोण का उपयोग करते हैं। एक विशिष्ट अवधि में लगातार अवधि को जोड़ने वाले कैरीओवर के प्रभाव को गिनने के लिए, हम यूनिट्स की दक्षता और सुपर–दक्षता को मापने के लिए एक पूर्णांक डायनेमिक DEA मॉडल पेश करते हैं। हम दिशा वैक्टर को डिजाइन करते हैं ताकि सुपर–दक्षता DEA मॉडल में अक्सर होने वाली घुसपैठ की समस्या पूरी तरह से हल हो जाए।

इस थीसिस में एक अन्य शोध अध्ययन में, एक नए एकीकृत गतिशील अंतराल DEA मॉडल को DMU की दक्षता विश्लेषण करने के लिए प्रस्तावित किया गया है ताकि अंतराल–मूल्य और पूर्णांक–मूल्यवान विशेषताओं को समायोजित किया जा सके जो नकारात्मक मान ले सकें। प्रस्तावित एक–चरण मॉडल लगातार अवधि के बीच कैरीओवर को शामिल करने वाले DMUs की दक्षता निर्धारित करने के लिए DDF दृष्टिकोण का अनुसरण करता है। हम DMUs के अंतराल दक्षता स्कोर के संबंधित निचले और ऊपरी सीमा का अनुमान लगाने के लिए निराशावादी और आशावादी दृष्टिकोण का उपयोग करते हैं।

DMU के दक्षता मूल्यांकन के लिए मॉडलिंग के अलावा, यह थीसिस लगातार दो अवधियों में नकारात्मक डेटा की उपस्थिति में DMU में उत्पादकता परिवर्तन को मापने के लिए एक रूपरेखा प्रस्तुत करती है। हमारे निष्कर्षों में, जब डेटा नकारात्मक मानों पर ले जाता है तो हम वैरिएबल रिटर्न टू स्केल (VRS) तकनीक के तहत मैल्मक्विस्ट–लुएंबर्गर उत्पादकता सूचकांक (MLPI) के DDF आधारित DEA मॉडल की घुसपैठ का पता लगाते हैं। हम इस समस्या का समाधान करते हैं और एक बेहतर MLPI की गणना करने के लिये नया DDF आधारित DEA मॉडल तैयार करते हैं। इस अनुसंधान कार्य का सार एक साथ विभाजन से संबंधित मध्यवर्ती उत्पादों और समय को जोड़ने वाले कैरीओवर चर को समेकित करने में निहित है। अधिक विशेष रूप से, हम गतिशील नेटवर्क DEA फ्रेमवर्क के साथ काम करते हैं, जो कि गतिशील MLPI (DMLPI) और गतिशील अनुक्रमिक MLPI (DSMLPI) को पेश करते हैं, जो कि अवधि में प्रौद्योगिकी के यादृच्छिक झटकों या नवाचारों से प्रेरित कुशल सीमाओं में बदलाव को पकड़ने के लिए है। इसके अलावा, हम SMLPI दृष्टिकोण को लागू करने वाले DMUs के उत्पादकता परिवर्तन को मापने के लिए एक अंतराल DEA मॉडल पेश करते हैं। इसके अलावा, विषम उत्पादन तकनीकों के तहत काम कर रहे DMU के पर्यावरण की दृष्टि से संवेदनशील उत्पादकता वृद्धि को पकड़ने के लिए, हम एक गतिशील मेटाफॉर्स्टियर MLPI (DMMLPI) विकसित करते हैं। DMMLPI तीन अलग–अलग ड्राइवरों में दक्षता परिवर्तन सूचकांक के एक त्रिपक्षीय अपघटन प्रदान करता है: दक्षता परिवर्तन (EC), सर्वोत्तम–अभ्यास परिवर्तन (BPC), और प्रौद्योगिकी अंतर परिवर्तन (TGC)।

थीसिस का मूल विभिन्न DEA ढांचे में डेटा पर कुछ प्रतिबंधों से निपटने के लिए सैद्धांतिक मॉडल के अपने परिचित में निहित है। इस थीसिस में पेश और विकसित की गई पद्धतियाँ विभिन्न क्षेत्रों जैसे भारतीय बैंकिंग क्षेत्र, एयरलाइंस, भारतीय संस्थानों के संस्थानों और कुछ देशों के आर्थिक आंकड़ों के वास्तविक डेटा सेटों पर लागू होती हैं।

Contents

List of Figures

List of Tables

List of Abbreviations

DEA	Data envelopment analysis
DMU	Decision-making unit
PPS	Production possibility set
RTS	Returns to scale
CRS	Constant returns to scale
VRS	Variable returns to scale
TE	Technical efficiency
ECE	Ecological efficiency
OE	Overall efficiency
SBM	Slack based measure
DDF	Directional distance function
MSBM	Modified slack based measure
InDEA	Interval data envelopment analysis
MPI	Malmquist productivity index
LPI	Luenberger productivity index
MLPI	Malmquist-Luenberger productivity index
SMLPI	Sequential Malmquist-Luenberger productivity index
MMLPI	Metafrontier Malmquist-Luenberger productivity index
DMLPI	Dynamic Malmquist-Luenberger productivity index
DSMLPI	Dynamic Sequential Malmquist-Luenberger productivity index
DMMLPI	Dynamic Metafrontier Malmquist-Luenberger productivity index