UNRAVELING SPIN WAVE BEHAVIOR IN ARTIFICIAL SPIN ICE AND NON-COLLINEAR MAGNETIC TEXTURES

NIMISHA ARORA

DEPARTMENT OF PHYSICS

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

JULY 2024

UNRAVELING SPIN WAVE BEHAVIOR IN ARTIFICIAL SPIN ICE AND NON-COLLINEAR MAGNETIC TEXTURES

by

NIMISHA ARORA

Department of Physics

Submitted

in fulfillment of the requirements of the degree of Doctor of Philosophy

to the

INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

JULY 2024

Dedicated to my family (Maa, Papa, and Bhai) and Almighty

ਮੇਰੇ ਪਰਿਵਾਰ (ਮਾਂ, ਪਾਪਾ ਅਤੇ ਭਰਾ) ਅਤੇ ਅਕਾਲ ਪੁਰਖ ਨੂੰ ਸਮਰਪਿਤ

Certificate

This is to certify that the thesis entitled **"Unraveling of spin wave behavior in artificial spin ice and non-collinear magnetic textures"**, submitted by **Nimisha Arora** to the Indian Institute of Technology Delhi, for the award of the degree of **Doctor of Philosophy** in March 2024, is a record of the original, bonafide research work carried out by her under our supervision and guidance. The thesis has reached the standards fulfilling the requirements of the regulations related to the award of the degree.

The results in this thesis have not been submitted in part or in full to any other University or Institute for awarding any degree or diploma to the best of our knowledge.

Prof. Pintu Das
Department of Physics,
Indian Institute of Technology Delhi.
New Delhi-110016, India

Prof. Amartya Sengupta
Department of Physics,
Indian Institute of Technology Delhi.
New Delhi-110016, India

Acknowledgements

I extend my sincere gratitude to all those who have contributed to completing this Ph.D. thesis, directly or indirectly. This journey would not have been possible without your support, guidance, and encouragement.

First and foremost, I express my profound gratitude to my supervisor, Prof. Pintu Das, for his instrumental role in shaping my academic journey. Dr. Das introduced me to the captivating field of spin ice and instilled in me the confidence to navigate its complexities. His unwavering support, encouragement of new ideas, and willingness to engage in extensive academic discussions have been invaluable. Dr. Das's mentorship transcended mere guidance; he understood the ebbs and flows of my Ph.D. journey and took proactive steps to address any research hurdles that arose. Additionally, I thank him for broadening my research horizon through involvement in other research projects and assisting me with accommodations during the final phase of my thesis. I am deeply grateful for the invaluable lessons I have learned from Dr. Das, both academically and personally, which have profoundly shaped my growth as a researcher.

I am indebted to my co-supervisor, Prof. Amartya Sengupta, who has introduced me to the field of ultrafast optics and its applications. Initial discussions with him led me to investigate the spin wave aspects in artificial spin ice, which can be triggered using ultrafast laser pulses. His prompt responses to queries and academic discussions have been invaluable in my research journey.

I extend my heartfelt thanks to Dr. Neeti Keswani for her invaluable contribution to fabricating artificial spin ice samples. Special appreciation goes to Prof. Anjan Barman for graciously allowing me to conduct TR-MOKE studies in his lab at S.N. Bose National Centre for Basic Sciences (SNBNCBS), Kolkata, India, and for his insightful discussions and advice, which enhanced my understanding of magnetoelastic coupled modes in artificial spin ice lattices. I am grateful to Dr. Sourabh Sahoo and Kaustav for their assistance with TR-MOKE measurements and accommodation arrangements during my stay at SNBNCBS, Kolkata. I dedicate special thanks to Mr. Yogesh Kumar for engaging in academic discussions that extended my study into non-collinear magnetic textures and for his continuous support and friendship throughout my Ph.D. journey.

I express my appreciation to my research committee members, Prof. Ratnamala

Chatterjee, Prof. Sunil Kumar, and Prof. Sushma Santapuri, for their insightful questions, criticism, and wider perspectives, which enriched my research journey.
I acknowledge the Nanoscale Research Facility and the Department of Physics of the Indian Institute of Technology (IIT) Delhi, India, for providing fabrication and characterization facilities essential to this work. My deepest gratitude to the High Performance Computation facility of IIT Delhi for providing computational resources and to the supportive staff who assisted me in overcoming technical challenges. I would like to acknowledge the financial support provided by the Ministry of Science, which made it possible for me to focus on my research without the burden of financial constraints.
I am immensely grateful to all my lab members, including Dr. Neeti, Hurmal, Yogesh, Neesha, Sandeep, Subhrojyoti, Sreelekshmi, Dr. Harish, Dr. Amodini, and Nilesh, who have been integral parts of my Ph.D. journey, offering unwavering camaraderie, engaging in stimulating academic discussions, and fostering a conducive environment for both research and personal growth. Their collective efforts have enriched my experience and contributed significantly to realizing my academic goals.
I extend my heartfelt appreciation to my friends for their steadfast support and for adding beauty to this journey with their companionship. In particular, I wish to express my sincere gratitude to Hardeep, whose presence during challenging times served as a source of upliftment and invaluable encouragement.
Last but certainly not least, my deepest gratitude goes to my family, whose steadfast strength, constant encouragement, understanding, and belief in my abilities have been my pillars of strength. I owe a debt of gratitude that words cannot adequately express to my late father, Mr. Dharamveer Arora, whose vision ignited my passion for advanced scientific endeavors. I am profoundly thankful to my mother, Ms. Poonam Arora, for her consistent support and for instilling in me an unwavering trust in my capabilities. I extend my heartfelt appreciation to my brothers, Mr. Sidhant Arora and Mr. Khushal Arora, for being the strongest pillars in my life and for their unwavering presence and support in every conceivable way. Their love and support have been the cornerstone of my journey, and I am eternally grateful for that.
Thank you all for your invaluable contributions.

Nimisha Arora

Abstract

Magnonics, a burgeoning field within nanomagnetism, focuses on utilizing spin waves (SW) or magnons for information transmission, storage, and processing. Magnonic crystals, typically composed of periodic and aperiodic arrangements of nanomagnetic entities with varying shapes, sizes, and materials, can be tailored to explore unique properties such as negative group velocity, anisotropic dispersion relation, nonreciprocity, and reconfigurability. These properties hold promise for developing next-generation information processing and storage technologies. To create reconfigurable magnonic devices, precise control over SW behavior and seamless integration with spintronic and electronic systems are essential. Artificial spin ice (ASI) and non-collinear magnetic textures emerge as promising candidates for achieving these objectives. ASI consists of engineered arrays of dipolar-coupled single-domain ferromagnetic nanomagnets, mimicking frustrated spins found in rare earth titanate pyrochlores like $Ho_2Ti_2O_7$ and $Dy_2Ti_2O_7$. Originally designed for studying geometrically induced magnetic frustration, phase transitions, and emergent magnetic monopoles, these structures offer multiple degenerate microstates, enabling the manipulation of SW excitations. Despite recent interest in SW behavior within these arrays and clusters of dipolar-coupled nanomagnets, a comprehensive understanding of SW excitation, propagation, and its coupling with other excitations in the presence of emergent magnetic monopole and bound monopole-polaron states remains elusive. Additionally, non-collinear magnetic textures such as radial vortex, skyrmions, etc., arising from the intricate interplay of fundamental magnetic interactions, including symmetric Heisenberg exchange, perpendicular anisotropy, and antisymmetric Dzyaloshinskii-Moriya (DM) interaction, offer advantages over simpler counterparts like nanomagnets with single-domain states in terms of reconfigurable magnonics. The SW excitations in these textures feature shorter wavelengths, non-linearity, and non-reciprocity. Exploring these properties involves stabilizing novel textures across diverse magnetic and geometrical parameter ranges and investigating their corresponding SW responses.

In this thesis, we provide an in-depth analysis of SW behavior in the building block of square ASI, finite-size square ASI, and square ASI array using micromagnetic simulations and Time-resolved magneto-optic Kerr effect (TR-MOKE) spectroscopy. We delve into the influence of magnetoelastic coupling on SWs, through the concurrent

excitation of phonons induced by laser pulse irradiation on the square ASI array using TR-MOKE spectroscopy. Finally, we explore the non-trivial SW behavior in a novel non-collinear magnetic texture within a confined nanodisk with interfacial DM interaction.

Firstly, we investigated the collective SW response in the square ASI and its building blocks using micromagnetic simulations. Our study reveals key features associated with magnetization reversal in constituent nanomagnets during the evolution of microstates at varying external magnetic fields in the respective excited SW spectra. Analysis of the spatial distribution of power profiles associated with excited SW modes shows the significant influence of local magnetic charges, i.e., local converging and diverging magnetic flux lines, in the inhibition and facilitation of specific SW modes. Our comprehensive analyses of the building block and square ASI structure demonstrate that the collective excitation of SWs and their behavior in square ASI can be understood by examining their corresponding building blocks. Further, we demonstrate that limited efficient and anisotropic transmission of SWs can occur between nanomagnets solely due to the dipolar interaction inherent in square ASI configurations. Our study underscores the critical role of local magnetic charges in facilitating this anisotropic transmission of SWs to neighboring nanomagnets when a spatially localized magnetic field perturbation is applied at the magnetically uncharged vertex. Our findings reveal distinctive features in the spectral attributes of SWs when magnetically charged states, such as emergent magnetic monopoles and anti-monopoles, and bound monopole-polaron states, are present within finite-size square ASI systems.

Based on our simulation findings, we explore the collective SW response in a square ASI lattice using TR-MOKE spectroscopy. Here, we employ a highly focused pump pulse to excite a single ASI vertex during irradiation. Our experimental investigation reveals that in large arrays of such ASI vertices, viz., square ASI lattice, magnetoelastic coupling emerges as a critical factor influencing the collective SW response. Magnetoelastic coupling arising due to the concurrent excitation of phonon modes through pump pulse irradiation results in the observation of non-dispersive SW modes, which are independent of the magnetic field due to magnetoelastic coupling. We show that the influence of magnetoelastic coupling can be tuned by controlling the underlying magnetic state through external magnetic orientation relative to lattice symmetry or by introducing defects like misaligned nanomagnets to break the

symmetry of the square ASI lattice. To corroborate our experimental findings, we employ a multistep modeling approach to simulate coupled magnetoelastic modes induced by ultrafast laser pulse irradiation on square ASI samples. Details of the multi-step model and its outcomes are presented alongside the experimental findings.

Finally, we present our analysis of SW modes in non-collinear magnetic textures by conducting detailed micromagnetic simulations in Co/Pt bilayer nanodisks. The simulated ferromagnetic/non-magnetic bilayer nanodisks exhibit interfacial DM interaction, thereby facilitating the stabilization of non-collinear magnetic textures with specific chirality. Our study demonstrates the stabilization of a novel magnetic texture through a series of magnetic texture transitions induced by sweeping an external magnetic field. The SW studies conducted in these textures highlight the non-reciprocal nature of the excited SW mode, which is exclusively observed in the novel texture. Furthermore, our study demonstrates efficient switching of this novel state into a target-skyrmion state within a few nanoseconds timescales by resonating the equilibrium magnetic state at the eigenfrequency of its radial SW mode. This finding holds promise for developing power-efficient spintronic memory devices.

सारांश

मैग्नोनिक्स, जो नैनोमैग्नेटिज्म के भीतर एक उभरता हुआ क्षेत्र है, सूचना प्रसारण, भंडारण और प्रसंस्करण के लिए स्पिन तरंगों (SW) या मैग्नॉन्स का उपयोग करने पर केंद्रित है। मैग्नॉनिक क्रिस्टल, जो आमतौर पर विभिन्न आकारों, आयामो, और सामग्रियों के नैनोमैग्नेटिक इकाइयों की आवधिक और गैर-आवधिक व्यवस्थाओं से बने होते हैं, अद्वितीय गुणों जैसे नकारात्मक समूह वेग, अनिसोट्रॉपिक डिस्पर्शन संबंध, गैर-अनुप्रत्यास्था, और पुनः संयोजनीयता का पता लगाने के लिए अनुकूलित किए जा सकते हैं। ये गुण अगली पीढ़ी की सूचना प्रसंस्करण और भंडारण प्रौद्योगिकियों के विकास के लिए महत्वपूर्ण हैं। पुनः संयोजन योग्य मैग्नोनिक उपकरण बनाने के लिए, SW व्यवहार पर सटीक नियंत्रण के अलावा स्पिनट्रॉनिक और इलेक्ट्रॉनिक सिस्टम के साथ समेकित एकीकरण आवश्यक है।

आर्टिफिशियल स्पिन आइस (ASI) और गैर-कोलीनियर मैग्नेटिक टेक्सचर इन लक्ष्यों को प्राप्त करने के लिए आशाजनक विकल्प के रूप में उभर रहे हैं। ASI डाईपोलर-कपल्ड सिंगल-डोमेन फेरोमैग्नेटिक नैनोमैग्नेट्स की इंजीनियर्ड श्रृंखलाओं से बना होता है, जो $Ho_2Ti_2O_7$ और $Dy_2Ti_2O_7$ जैसे दुर्लभ पृथ्वी टाइटेनेट पायरोक्लोर्स में पाए जाने वाले फ्रस्ट्रेटेड स्पिनों की नकल करते हैं। सामान्यतः ज्यामितीय रूप से प्रेरित चुंबकीय फ्रस्ट्रेशन, फेज ट्रांज़िशन, और उभरते हुए चुंबकीय मोनोपोल्स का अध्ययन करने के लिए डिज़ाइन की गई इन संरचनाओं में कई समान ऊर्जा वाले माइक्रोस्टेट्स होते हैं, जो SW उत्तेजनाओं के नियंत्रण को सक्षम बनाते हैं।

हाल ही में इन डाईपोलर-कपल्ड नैनोमैग्नेट्स के समूहों और क्लस्टर्स में SW व्यवहार में रुचि के बावजूद, उभरते हुए चुंबकीय मोनोपोल और बाउंड मोनोपोल-पोलारॉन अवस्थाओं की उपस्थिति में SW उत्तेजना, प्रसार और अन्य उत्तेजनाओं के साथ उसके संयोजन की व्यापक समझ अब भी अधूरी है। इसके अतिरिक्त, सममित हाइजेनबर्ग एक्सचेंज, लंबवत एनिसोट्रॉपी (असमदिग्वर्ती होने की दशा), और असममित डेज़्यालोशिंस्की-मोरिया (DM) इंटरेक्शन जैसी मौलिक चुंबकीय अंतःक्रियाओं के जटिल समन्वय से उत्पन्न गैर-कोलीनियर चुंबकीय संरचनाएं जैसे कि रेडियल वॉर्टेक्स, स्किर्मियॉन्स आदि, एकल-डोमेन अवस्थाओं वाले साधारण नैनोमैग्नेट्स की तुलना में पुनः संयोजनीय मैग्नोनिक्स के लिए अधिक लाभकारी हैं। इन संरचनाओं की SW उत्तेजनाओं में छोटे तरंगदैर्ध्य, गैर-रैखिकता, और गैर-अनुप्रत्यास्था जैसी विशेषताएं होती हैं। इन गुणों का अन्वेषण करने के लिए विभिन्न चुंबकीय और ज्यामितीय मापदंडों की सीमा में नई संरचनाओं को स्थिर करना और उनके संबंधित SW प्रतिक्रियाओं की जांच करना शामिल है।

इस शोध प्रबंध में, हम माइक्रोमैग्नेटिक सिमुलेशन और टाइम-रिज़ॉल्व्ड मैग्नेटो-ऑप्टिक केर्र इफेक्ट (TR-MOKE) स्पेक्ट्रोस्कोपी का उपयोग करके स्क्वायर ASI के बिल्डिंग ब्लॉक, सीमित आकार के स्क्वायर ASI, और स्क्वायर ASI सरणी में SW व्यवहार का गहन विश्लेषण प्रदान करते हैं। हम TR-MOKE स्पेक्ट्रोस्कोपी

का उपयोग करके लेजर पल्स विकिरण द्वारा स्क्वायर ASI सरणी पर प्रेरित फॉनॉन (ध्वनि-कण) की सह उत्तेजना के माध्यम से SW पर मैग्नेटोलास्टिक कपलिंग के प्रभाव का विश्लेषण करते हैं। अंत में, हम इंटरफेसियल DM इंटरैक्शन के साथ सीमित नैनोडिस्क में एक नवीन गैर-कोलीनियर मैग्नेटिक टेक्सचर में जटिल SW व्यवहार का पता लगाते हैं।

सबसे पहले, हमने माइक्रोमैग्नेटिक सिमुलेशन का उपयोग करके स्क्वायर ASI और इसके बिल्डिंग ब्लॉक्स में सामूहिक SW प्रतिक्रिया की जांच की। हमारा अध्ययन विभिन्न बाहरी मैग्नेटिक क्षेत्रों में माइक्रोस्टेट्स के विकास के दौरान घटक नैनोमैग्नेट्स में चुंबकत्व उलट के साथ जुड़े प्रमुख विशेषताओं का खुलासा करता है, जो संबंधित उत्तेजित SW स्पेक्ट्रा में दिखाई देती हैं। उत्तेजित SW मोड्स से संबंधित पावर प्रोफाइल के स्थानिक वितरण का विश्लेषण यह दर्शाता है कि विशिष्ट SW मोड्स की अवरोधन और सुविधा में स्थानीय चुंबकीय चार्जेस, यानी स्थानीय कन्वर्जिंग और डाईवर्जिन्ग चुंबकीय फ्लक्स लाइनों का महत्वपूर्ण प्रभाव होता है। निर्माण खंड और स्क्वायर ASI संरचना के हमारे व्यापक विश्लेषण यह दर्शाते हैं कि SWs की सामूहिक उत्तेजना और उनका व्यवहार स्क्वायर ASI में उनके संबंधित निर्माण खंडों की जांच करके समझा जा सकता है।

आगे, हमने प्रदर्शित किया कि स्क्वायर ASI वर्टेक्स में केवल डाईपोलर अंतःक्रिया के कारण नैनोमैग्नेट्स के बीच सीमित एनिसोट्रॉपिक SW ट्रांसमिशन हो सकता है। हमारा अध्ययन यह बताता है कि स्थानीय चुंबकीय चार्जेस की महत्वपूर्ण भूमिका होती है जब एक स्थानिक रूप से स्थानीयकृत चुंबकीय क्षेत्र विक्षोभ (perturbation) को अनचार्ज वर्टेक्स पर लागू किया जाता है, तब SWs का यह एनिसोट्रॉपिक ट्रांसमिशन पड़ोसी नैनोमैग्नेट्स में होता है। हमारे निष्कर्ष यह प्रकट करते हैं कि जब चुंबकीय रूप से चार्ज्ड अवस्थाएं, जैसे कि उभरते चुंबकीय मोनोपोल और एंटी-मोनोपोल, और बाउंड मोनोपोल-पोलारॉन अवस्थाएं, सीमित आकार के स्क्वायर ASI सिस्टम्स में उपस्थित होती हैं तब SWs के स्पेक्ट्रल गुणों में विशिष्ट विशेषताएं होती हैं ।

हमारे सिमुलेशन निष्कर्षों के आधार पर, हम TR-MOKE स्पेक्ट्रोस्कोपी का उपयोग करके स्क्वायर ASI लैटिस में सामूहिक SW प्रतिक्रिया की जांच करते हैं। यहाँ, हम एक अत्यधिक केंद्रित पंप पल्स का उपयोग करके एकल ASI वर्टेक्स को उत्साहित करते हैं। हमारे प्रयोगात्मक अध्ययन से पता चलता है कि ऐसे ASI वर्टेक्स के बड़े समूहों, यानी स्क्वायर ASI लैटिस में, मैग्नेटोइलास्टिक कपलिंग सामूहिक SW प्रतिक्रिया को प्रभावित करने वाला एक महत्वपूर्ण कारक बनकर उभरता है। पंप पल्स विकिरण के माध्यम से फॉनॉन (ध्वनि-कण) मोड्स की समवर्ती उत्तेजना के कारण उत्पन्न मैग्नेटोइलास्टिक कपलिंग के कारण गैर-प्रसारक SW मोड्स का अवलोकन होता है, जो मैग्नेटोइलास्टिक कपलिंग के कारण चुंबकीय क्षेत्र पर निर्भर नहीं होते हैं। हम यह दिखाते हैं कि स्क्वायर ASI लैटिस की सममिति को तोड़ने के लिए बाहरी चुंबकीय अभिविन्यास के माध्यम से या गलत संरेखित नैनोमैग्नेट्स जैसे दोषों को प्रस्तुत करके अंतर्निहित चुंबकीय अवस्था को नियंत्रित करके मैग्नेटोइलास्टिक कपलिंग के प्रभाव को समायोजित किया जा सकता है। हमारे प्रयोगात्मक निष्कर्षों की पुष्टि करने के लिए, हम स्क्वायर ASI नमूनों पर अल्ट्राफास्ट लेजर पल्स विकिरण द्वारा प्रेरित

युग्मित मैग्नेटोइलास्टिक मोड्स का अनुकरण करने के लिए एक बहु-चरणीय मॉडलिंग दृष्टिकोण का उपयोग करते हैं। बहु-चरणीय मॉडल और इसके परिणामों का विवरण प्रयोगात्मक निष्कर्षों के साथ प्रस्तुत किया गया है।

अंत में, हम Co/Pt बाइलेयर नैनोडिस्क्स में विस्तृत माइक्रोमैग्नेटिक सिमुलेशन करके, गैर-कोलीनियर चुंबकीय संरचनाओं में SW मोड्स का विश्लेषण प्रस्तुत करते हैं। सिमुलेटेड फेरोमैग्नेटिक/गैर-चुंबकीय बाइलेयर नैनोडिस्क्स इंटरफेशियल DM इंटरेक्शन प्रदर्शित करते हैं, जिससे विशिष्ट काइरैलिटी के साथ गैर-कोलीनियर चुंबकीय संरचनाओं की स्थिरीकरण सुविधा मिलती है। हमारा अध्ययन यह दर्शाता है कि बाहरी चुंबकीय क्षेत्र को बदलकर एक श्रृंखला के चुंबकीय संरचना संक्रमणों के माध्यम से एक नई चुंबकीय संरचना को स्थिर किया जा सकता है। इन संरचनाओं में किए गए SW अध्ययन यह उजागर करते हैं कि उत्तेजित SW मोड की गैर-पारस्परिक प्रकृति विशेष रूप से नई संरचना में देखी जाती है। इसके अतिरिक्त, हमारा अध्ययन यह दिखाता है कि इस नई अवस्था को कुछ नैनोसेकंड के समय अंतराल में टार्गेट-स्किर्मियन अवस्था में प्रभावी रूप से स्विच किया जा सकता है, जब इसके रेडियल SW मोड की स्व-आवृत्ति पर संतुलन चुंबकीय अवस्था को अनुनादित किया जाता है। यह निष्कर्ष पावर-प्रभावी स्पिन्ट्रोनिक मेमोरी डिवाइसों के विकास के लिए संभावनाएं प्रस्तुत करता है।

Contents

List of Figures

List of Tables

Abbreviations

SW	**S**pin **W**ave
FFT	**F**ast **F**ourier **T**ransformation
FDM	**F**inite **D**ifference **M**ethod
FDTD	**F**inite **D**ifference **T**ime **D**omain
FEM	**F**inite **E**lement **M**ethods
ASI	**A**rtificial **S**pin **I**ce
OE	**O**pen **E**dge
CE	**C**losed **E**dge
SE	**S**hort **E**dge
LE	**L**ong **E**dge
B	**B**ulk
LLG	**L**andau **L**ifshitz **G**ilbert
MC	**M**agnonic **C**rystal
DMI	**D**zyaloshinskii **M**oriya **I**nteraction
EA	**E**asy **A**xis
STNO	**S**pin **T**orque **N**ano **O**scillator
EBL	**E**electron **B**eam **L**ithography
AFM	**A**tomic **F**orce **M**icroscopy
MFM	**M**agnetic **F**orce **M**icroscopy
SEM	**S**canning **E**lectron **M**icroscopy
EDS/EDX	**E**lectron **D**ispersive **X**-ray **S**pectroscopy
EBD	**E**lectron **B**eam **D**eposition
SQUID	**S**canning **Q**uantum **I**nterference **D**evice
TR-MOKE	**T**ime **R**esolved **M**agneto **O**ptic **K**err
ME	**M**agneto **E**lastic
CMOS	**C**omplementary **M**etal **O**xide **S**emiconductor

HM	**H**eavy **M**etal
FM	**F**erromagnet **M**etal
CW	**C**lock **W**ise
CCW	**C**ounter **C**lock **W**ise
FMR	**F**erro **M**agnetic **R**esonance
PEEM	**P**hoto **E**lectron **E**mission **M**icroscopy
AC	**A**lternating **C**urrent
SAW	**S**urface **A**coustic **W**ave
BDF	**B**ackward **D**ifferentiation **F**ormula
PMA	**P**erpendicular **M**agnetic **A**nisotropy
CV	**C**harged **V**ertex

Symbols

M	magnetization vector
M_{S}	saturation magnetization
D_{ij}	DM vector
α	Gilbert damping coefficient
H_{eff}	effective magnetic field vector
$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}$	rate of change of magnetization vector
γ	gyromagnetic ratio
F	magnetic free energy
U	internal energy
S	entropy
G	Gibbs free energy
μ_0	magnetic permeability
B	magnetic flux
E_{Z}	Zeeman energy
J	exchange coupling constant
ϕ_{ij}	angle between adjacent spins
A	exchange constant
E_{BIL}	bi-linear exchange energy
H_{dip}	dipolar field
H_{d}	demagnetization field
E_{ms}	magnetostatic energy
E_{ani}	anisotropy energy
K	anisotropy constant
K_{u}	uniaxial anisotropy constant
H_{k}	anisotropy field
α_{i}	direction cosines

$\mathbf{N}_{\mathrm{ij}}$	dimensionless demagnetization tensor
θ	polar angle of magnetization vector
ϕ	azimuthal angle of magnetization vector
ω	frequency of magnetization oscillation
$\mathbf{E}$	electric field vector
$\mathbf{D}$	electrical displacement vector
Q_{v}	Voigt constant
$\varepsilon_{\mathrm{ij}}$	elastic strain
σ_{pq}	Cauchy stress tensor
u_i	displacement
E	Young's modulus
ν	Poisson ratio
λ, μ	Lamé parameters
λ_{S}	saturation magnetostriction
B_1, B_2, A_1, A_2	magnetoelastic constants
c_{ij}	elastic moduli
U_{MEL}	magnetoelastic energy
H_{MEL}	magnetoelastic field
Q_{t}	topological charge
m	unit vector of magnetization
S_{i}	spin in a magnet
T	temperature
T_{C}	Curie temperature
r	position in a material
R	reflectivity
ϵ	dielectric constant/permittivity
k_0	wavevector in free space
n_{eff}	effective index
ω	angular frequency
λ	wavelength
n_{i}	refractive index
k	spring constant