

Relaxing Persistence of Excitation for Parameter Convergence in Adaptive Control: An Initial Excitation Based Approach

Sayan Basu Roy



DEPARTMENT OF ELECTRICAL ENGINEERING
INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

February 2019

© Indian Institute of Technology Delhi (IITD), New Delhi, 2019

Relaxing Persistence of Excitation for Parameter Convergence in Adaptive Control: An Initial Excitation Based Approach

by

Sayan Basu Roy
Electrical Engineering

Submitted

in fulfilment of the requirements of the degree of Doctor of Philosophy

to the



INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY DELHI

February 2019

CERTIFICATE

This is to certify that the thesis entitled **Relaxing Persistence of Excitation for Parameter Convergence in Adaptive Control: An Initial Excitation Based Approach** submitted by **Sayan Basu Roy** to the Indian Institute of Technology Delhi, for the award of the Degree of **Doctor of Philosophy**, is a record of the bonafide research work carried out by him under my supervision and guidance. The thesis has reached the standards fulfilling the requirements of the regulations relating to the degree.

The results contained in this thesis have not been submitted either in part or in full to any other University or Institute for the award of any degree or diploma to the best of my knowledge.

Supervisors :

Prof. Shubhendu Bhasin
Department of Electrical Engineering,
Indian Institute of Technology Delhi.

Prof. Indra Narayan Kar
Department of Electrical Engineering,
Indian Institute of Technology Delhi.

ACKNOWLEDGEMENTS

I would like to thank my thesis supervisors Prof. Shubhendu Bhasin and Prof. Indra Narayan Kar, and my SRC members Prof. S. D. Joshi, Prof. S. Janardhanan, and Prof. A Nagar for their fruitful suggestions and encouragement throughout the PhD journey. I would highly appreciate the overall guidance, constructive suggestions and essential motivations provided by Prof. Shubhendu Bhasin for different aspects starting from defining the problem statement to proposing the solutions, and finally presenting the concepts in the form of papers and thesis. I would also like to thank all of my colleagues for their support and constructive discussions and for maintaining a research-friendly environment in the lab. Thanks to my family members including my mother, father and sister for their constant encouragement. I would like to thank Ms. Raya Das for providing consistent mental support for the entire PhD duration.

Sayan Basu Roy

ABSTRACT

Adaptive control, which is a well established field in nonlinear control, is used to handle structured uncertainties in the dynamics by using an online estimator for the unknown parameters. Classical adaptive controllers typically guarantee global Lyapunov stability (in the extended state space including tracking and parameter estimation error), and asymptotic convergence of tracking error to zero, however, parameter convergence is only ensured if a restrictive condition of persistence of excitation (PE) is satisfied by the regressor signal.

The PE condition is stringent since it depends on the future behaviour of the signal, while making it difficult to be verified online. Typically, a persistent disturbance is added to the control input/reference trajectory to satisfy the PE condition, while hampering the tracking objective. Past research have shown that the objective of parameter estimation (in the sense of requiring the PE condition) and tracking are conflicting to each other unless the desired trajectory is significantly complex (frequency-rich). Moreover, it is not always feasible to enforce the PE condition through external perturbation. Researchers have reported that parameter convergence enhances the overall closed-loop stability and robustness to unmodeled dynamics, hence, a practical solution to parameter convergence and thereby improving transient response and robustness of adaptive controllers is a long-standing research issue. Due to improve transient performance, composite adaptive controllers have been developed, which in addition to tracking error uses prediction error to design the adaptive update law. These composite adaptive designs heuristically lead to better transient performance and lower steady state parameter estimation error.

This dissertation proposes a novel variant of composite adaptive control, which is capable of ensuring parameter convergence without the restrictive PE condition. The designed adaptive control algorithms build on two layers of low-pass filters, while guaranteeing parameter convergence using a milder newly defined condition of initial excitation (IE). The online-verifiable IE

condition is shown to be significantly less stringent than PE. The IE-based adaptive controllers ensure exponential stability of the tracking and parameter estimation error dynamics once the IE condition is satisfied by the regressor. Unlike conventional adaptive controllers, which can only ensure asymptotic tracking, the proposed design is practically more superior due to its capability of exponentially fast tracking performance, which is especially crucial in safety-critical applications.

सार

अडाप्टिव कंट्रोल, जो कि नॉनलाइनर कंट्रोल में एक अच्छी तरह से स्थापित क्षेत्र है, का उपयोग डायनामिक्स में संरचित अनिश्चितताओं को अज्ञात मापदंडों के लिए एक ऑनलाइन अनुमानक का उपयोग करने के लिए किया जाता है। शास्त्रीय अनुकूली नियंत्रक आम तौर पर वैश्विक लायपुनोव स्थिरता (ट्रैकिंग और पैरामीटर अनुमान त्रुटि सहित विस्तारित राज्य स्थान में) की गारंटी देते हैं, और ट्रैकिंग त्रुटि के असममित रूपांतर शून्य करने के लिए, हालांकि, पैरामीटर अभिसरण केवल तभी सुनिश्चित किया जाता है जब उत्तेजना की निरंतर स्थिति (पी. ई.) है प्रतिगामी संकेत द्वारा संतुष्ट। पीई स्थिति कठोर है क्योंकि यह सिग्नल के भविष्य के व्यवहार पर निर्भर करता है, जबकि ऑनलाइन सत्यापित करना मुश्किल है। आमतौर पर, ट्रैकिंग उद्देश्य को बाधित करते हुए, पीई स्थिति को संतुष्ट करने के लिए नियंत्रण इनपुट / संदर्भ प्रक्षेपवक्र में एक निरंतर गड़बड़ी को जोड़ा जाता है। पिछले शोध से पता चला है कि पैरामीटर अनुमान (पीई शर्त की आवश्यकता के अर्थ में) और ट्रैकिंग एक दूसरे के लिए परस्पर विरोधी हैं जब तक वांछित प्रक्षेपवक्र काफी जटिल (आवृत्ति-समृद्ध) नहीं है। इसके अलावा, बाहरी गड़बड़ी के माध्यम से पीई स्थिति को लागू करना हमेशा संभव नहीं होता है। शोधकर्ताओं ने बताया है कि पैरामीटर अभिसरण समग्र बंद लूप स्थिरता और अनमॉड डायनामिक्स की मजबूती को बढ़ाता है, इसलिए, पैरामीटर अभिसरण का एक व्यावहारिक समाधान और जिससे क्षणिक प्रतिक्रिया में सुधार होता है और अनुकूली नियंत्रकों की मजबूती लंबे समय से चली आ रही समस्या है। क्षणिक प्रदर्शन में सुधार के कारण, समग्र अनुकूली नियंत्रकों को विकसित किया गया है, जो ट्रैकिंग त्रुटि के अलावा अनुकूली अद्यतन कानून को डिजाइन करने के लिए भविष्यवाणी त्रुटि का उपयोग करता है। ये समग्र अनुकूली डिजाइन हुरिस्टी रैली बेहतर क्षणिक प्रदर्शन और कम स्थिर राज्य पैरामीटर अनुमान त्रुटि का कारण बनती हैं। यह शोध प्रबंध समग्र अनुकूली नियंत्रण के एक उपन्यास संस्करण का प्रस्ताव करता है, जो प्रतिबंधक पीई स्थिति के बिना पैरामीटर अभिसरण सुनिश्चित करने में सक्षम है। प्रारंभिक अनुकूलता (आई. ई.) की एक नई परिभाषित स्थिति का उपयोग करके पैरामीटर अभिसरण की गारंटी देते हुए डिजाइन किए गए अनुकूली नियंत्रण एल्गोरिदम कम-पास फिल्टर की दो परतों पर निर्माण करते हैं। ऑनलाइन-वेरिएबल IE स्थिति पीई की तुलना में काफी कम कठोर दिखाई गई है। आई. ई. स्थिति अनुकूली नियंत्रक ट्रैकिंग और पैरामीटर अनुमान त्रुटि की गतिशीलता की घातीय स्थिरता सुनिश्चित करता है क्योंकि एक बार आई. ई. स्थिति प्रतिगामी संकेत द्वारा संतुष्ट है। पारंपरिक अनुकूली नियंत्रकों के विपरीत, जो केवल स्पर्शान्मुख ट्रैकिंग सुनिश्चित कर सकता है, प्रस्तावित डिजाइन तेजी से ट्रैकिंग प्रदर्शन की अपनी क्षमता के कारण व्यावहारिक रूप से अधिक बेहतर है, जो सुरक्षा-महत्वपूर्ण अनुप्रयोगों में विशेष रूप से महत्वपूर्ण है।

Contents

List of Figures	xiii
List of Tables	xv
1 Introduction	1
1.1 Classical Adaptive Control	2
1.2 Composite Adaptive Control	4
1.3 Persistence of Excitation	6
1.4 Motivation and Relevant Literature	6
1.5 Notion of Uniformity in the Excitation Definitions	9
1.6 Contribution of the Thesis	9
1.7 Organization of the Thesis	10
2 Combined MRAC for Unknown LTI Systems with Parameter Convergence	15
2.1 Introduction	15
2.2 Classical MRAC	16
2.3 Combined MRAC with Parameter Convergence	18
2.3.1 Identification of System Parameters	18
2.3.2 Insights into the Initial Excitation Condition	23
2.4 Tracking Error and Control Parameter Convergence	24
2.4.1 Boundedness of Auxiliary Signals	33

2.5	Simulation Results	34
2.6	Conclusion	35
3	Parameter Convergence via a Novel PI-like Composite Adaptive Controller for Uncertain Euler-Lagrange Systems	37
3.1	Introduction	37
3.2	Problem Formulation and Preliminaries	38
3.2.1	Model Description	38
3.2.2	Control Objective	39
3.3	Composite Adaptation with Parameter Convergence	40
3.3.1	Discussion on Assumption 3.2	45
3.3.2	Boundedness of Signals	46
3.4	Analytical Comparison with Existing Literature	47
3.5	Simulation Results	50
3.6	Conclusion	53
4	A Filter-based Switched MRAC Architecture Using Initial Excitation	55
4.1	Introduction	55
4.2	Switched MRAC Architecture	56
4.2.1	Problem Formulation	56
4.2.2	Switched Composite Parameter Estimator	58
4.2.3	Stability Analysis	64
4.2.4	Boundedness of Signals	66
4.2.5	Discussion on Assumption 4.3	67
4.3	Application to Adaptive Synchronization of Uncertain Chaotic Systems	68
4.4	Conclusion	70

5	A Switched Composite Adaptive Controller for Uncertain Euler-Lagrange Systems with Parameter Convergence	73
5.1	Introduction	73
5.2	Problem Formulation and Preliminaries	75
5.2.1	Model Description	75
5.2.2	Control Objective	76
5.2.3	Preliminary Definitions	76
5.3	Switched Composite Adaptive Controller	80
5.3.1	Online Verifiability of the IE Condition	85
5.3.2	Adaptive Control Design	87
5.3.3	Stability Analysis	88
5.3.4	Boundedness of Signals	91
5.3.5	Significance of the switching term U_{sw}	92
5.3.6	Discussion on Assumption 5.3	93
5.4	Robustness Property	94
5.5	Simulation Results	99
5.6	Conclusion	105
6	Conclusion and Future Directions of Research	109
6.1	Thesis Summary	109
6.2	Future Work	111
6.2.1	Extension to Output Feedback	111
6.2.2	IE-based Adaptive Optimal Control	111
6.2.3	Nonlinear IE for Nonlinearly Parametrized Dynamics	112
6.2.4	Experimental Validation	112

Bibliography	113
---------------------	------------

Appendix	123
-----------------	------------

A	Supporting Proofs for Chapter 2	123
A1	Proof of Lemma 2.1	123
A2	Proof of Lemma 2.2	123
A3	Proof of Proposition 2.1	123
B	Supporting Concepts/Proofs for Chapter 3	124
B1	Projection Operator:	124
B2	Proof of Proposition 3.1	125
C	Supporting Proof for Chapter 4	126
C1	Proof of Proposition 4.1	126
D	Supporting Proof for Chapter 5	127
D1	Proof of Proposition 5.1	127

List of Figures

2.1	Combined MRAC Block Diagram	33
2.2	Tracking error $e(t)$	35
2.3	Norm of system parameter estimation error $\ vec(\tilde{A}(t))\ $ & $\ vec(\tilde{B}(t))\ $	35
2.4	Norm of control parameter estimation error $\ vec(\tilde{K}_x(t))\ $ & $\ vec(\tilde{K}_r(t))\ $	36
3.1	Tracking error $e(t)$	51
3.2	filtered tracking error $r(t)$ convergence	52
3.3	Parameter estimation error $\tilde{\theta}(t)$	52
3.4	Comparison of the norm of tracking error $\ e(t)\ $	53
3.5	Comparison of the norm of parameter estimation error $\ \tilde{\theta}(t)\ $	53
4.1	Synchronization error $z(t)$ with control input $u(t) = 0$ showing initial condition sensitivity	69
4.2	Synchronization error $z(t)$ with the developed adaptive controller	71
4.3	Parameter estimation error $\tilde{V}(t)$	71
5.1	Tracking error $e(t)$	100
5.2	Filtered tracking error $r(t)$	100
5.3	Parameter estimation error $\tilde{\theta}(t)$	101
5.4	Comparison of tracking error norm $\ e(t)\ $	101
5.5	Comparison of filtered tracking error norm $\ r(t)\ $	102

5.6	Comparison of parameter estimation error norm $\ \tilde{\theta}(t)\ $	102
5.7	Tracking error $e(t)$ in the presence of disturbance	103
5.8	Filtered tracking error $r(t)$ in the presence of disturbance	103
5.9	Parameter estimation error $\tilde{\theta}(t)$ in the presence of disturbance	104
5.10	Tracking error $e(t)$ in the presence of sensor noise	105
5.11	Filtered tracking error $r(t)$ in the presence of sensor noise	105
5.12	Parameter estimation error $\tilde{\theta}(t)$ in the presence of sensor noise	106
5.13	Tracking error $e(t)$ in the presence of perturbation in the plant parameters . . .	106
5.14	Filtered tracking error $r(t)$ in the presence of perturbation in the plant parameters	107
5.15	Parameter estimation error $\tilde{\theta}(t)$ in the presence of perturbation in the plant parameters	107

List of Tables

5.1	Performance Statistics for 50 runs in the presence of sensor noise	104
5.2	Performance Statistics for 50 runs in the presence of external perturbation in the parameters	104

List of Abbreviations

EL: Euler-Lagrange

IE: Initial Excitation

MRAC: Model Reference Adaptive Control

PE: Persistence of Excitation

UGES: Uniform Global Exponential Stability

UUB: Uniformly Ultimately Bounded

List of Symbols

\mathbb{R}	Real Space
\mathbb{R}^n	Real Vector Space of dimension n
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Real Matrix Space of dimension $n \times m$
\mathbf{I}	Identity Matrix with appropriate dimension
$\mathbf{\Xi} > 0 (< 0)$	Positive (negative) Definite Matrix
$\lambda_{\min}(\mathbf{\Xi})$	minimum eigenvalue of the matrix $\mathbf{\Xi}$
$\lambda_{\max}(\mathbf{\Xi})$	maximum eigenvalue of the matrix $\mathbf{\Xi}$